

反射テスト 因数分解 いろいろ 01

1. 次の式を因数分解せよ。(S級 55秒, A級 1分40秒, B級 3分, C級 4分40秒)

(1) $a^2 - b^2$

(2) $x^2 + 6x + 9$

(3) $ab + a + b + 1$

(4) $x^3 - 1$

(5) $3x^3 - 18x^2 + 36x - 24$

(6) $ab - b^2 - 2a + 4b - 4$

2. 次の式を因数分解せよ。(S級1分10秒, A級2分, B級3分30秒, C級5分30秒)

(1) $x^2 - 1$

(2) $x^2 - 20x + 100$

(3) $ab - a - b + 1$

(4) $8a^3 + 27b^3$

(5) $16x^3 + 24x^2 + 12x + 2$

(6) $-a^2 + ab + 4a - b - 3$

反射テスト 因数分解 いろいろ 01 解答解説

1. 次の式を因数分解せよ。(S級 55秒, A級 1分40秒, B級 3分, C級 4分40秒)

(1) $a^2 - b^2$

$$= (a + b)(a - b)$$

(3) $ab + a + b + 1$

$$= a(b + 1) + 1(b + 1)$$

$$= a(b + 1) + 1(b + 1)$$

$$= (a + 1)(b + 1)$$

☆公式として覚えてもいい形.

(2) $x^2 + 6x + 9$

$$= (x + 3)^2$$

(4) $x^3 - 1$

$$= x^3 - 1^3$$

$$= (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

★公式

$$A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$$

☆確かめ

因数分解は答えの一部を展開してすぐ確かめよう.
時間があれば全て展開すればよい.

例: x^2 の項は,

$$x \times x + (-1) \times x^2 = 0 \quad \leftarrow OK$$

(5) $3x^3 - 18x^2 + 36x - 24$

$$= 3(x^3 - 6x^2 + 12x - 8)$$

$$= 3(x - 2)^3$$

★公式

$$A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3 = (A - B)^3$$

☆ $x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

係数の絶対値は順に 1, 6, 12, 8

真ん中 2 つの項の係数を 3 で割ると 1, 2, 4, 8

2 倍ずつ増えていくので $(x - 2)^3$ の形にできる.

(6) $ab - b^2 - 2a + 4b - 4$

$$= ab - 2a - b^2 + 4b - 4 \quad \leftarrow \star \text{低次の } a \text{ でまとめる}$$

$$= ab - 2a - (b^2 - 4b + 4)$$

$$= a(b - 2) - (b - 2)^2$$

$$= aA - A^2 \quad \leftarrow A = b - 2 \text{ とおいた.}$$

$$= A(a - A)$$

$$= (b - 2)\{a - (b - 2)\}$$

$$= (b - 2)(a - b + 2)$$

★低次数の文字で整理

与式は a の 1 次式で, b の 2 次式. 次数が低い方の文字で降べきの順にまとめると, 因数分解しやすい. ただし a でまとめても文字式のたすき掛けで解ける. 重要なことは「ある文字で整理する」こと.

2. 次の式を因数分解せよ。(S級1分10秒, A級2分, B級3分30秒, C級5分30秒)

(1) $x^2 - 1$

$$= (x + 1)(x - 1)$$

(2) $x^2 - 20x + 100$

$$= (x - 10)^2$$

(3) $ab - a - b + 1$

$$= a(b - 1) - 1(b - 1)$$

$$= (a - 1)(b - 1)$$

☆公式として覚えてもいい形.

(4) $8a^3 + 27b^3$

$$= (2a)^3 + (3b)^3$$

$$= (2a + 3b) \{ (2a)^2 - 2a \times 3b + (3b)^2 \}$$

$$= (2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2)$$

★公式

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

☆確かめ

因数分解は答えの一部をを展開してすぐ確かめよう.

時間があれば全て展開すればよい.

例: a^2b の項は,

$$2a \times (-6ab) + 3b \times 4a^2 = 0 \quad \leftarrow OK$$

(5) $16x^3 + 24x^2 + 12x + 2$

$$= 2(8x^3 + 12x^2 + 6x + 1)$$

$$= 2(2x + 1)^3$$

★公式

$$A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 = (A + B)^3$$

☆ $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

係数の絶対値は順に 8, 12, 6, 1

真ん中2つの項の係数を3で割ると 8, 4, 2, 1

$\frac{1}{2}$ 倍ずつ減っていくので $(2x + 1)^3$ の形にできる.

(6) $-a^2 + ab + 4a - b - 3$

$$= ab - b - a^2 + 4a - 3 \quad \leftarrow \star \text{低次の } b \text{ でまとめる}$$

$$= ab - b - (a^2 - 4a + 3)$$

$$= b(a - 1) - (a - 1)(a - 3)$$

$$= bA - A(a - 3) \quad \leftarrow A = a - 1 \text{ とおいた.}$$

$$= A \{ b - (a - 3) \}$$

$$= (a - 1)(b - a + 3)$$

★低次数の文字で整理

与式は a の2次式で, b の1次式. 次数が低い方の文字で降べきの順にまとめると, 因数分解しやすい.