

反射テスト 因数分解 3元 01

1. 次の式を因数分解せよ。(S級 55秒, A級 2分, B級 4分 20秒, C級 7分)

(1) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

(2) $a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2) + c(a^2 + b^2) + 2abc$

2. 次の式を因数分解せよ。(S級1分30秒, A級3分, B級6分, C級9分)

(1) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$

(2) $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$

反射テスト 因数分解 3元 01 解答解説

1. 次の式を因数分解せよ。(S級55秒, A級2分, B級4分20秒, C級7分)

$$(1) \quad a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= (a + b + c)^2$$

★公式 覚えておくこと. 公式を知らない, 気付かない場合は, 以下のような解き方になるだろう.

☆証明

$$\begin{aligned} \text{与式} &= a^2 + 2ab + 2ca + b^2 + 2bc + c^2 \\ &= a^2 + 2a(b+c) + (b+c)^2 \\ &= \{a + (b+c)\}^2 \end{aligned}$$

$$(2) \quad a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2) + c(a^2 + b^2) + 2abc$$

$$= (b+c)a^2 + (b^2 + 2bc + c^2)a + bc(b+c) \quad \leftarrow \star a \text{ についての降べきの順で整理}$$

$$= (b+c)a^2 + (b+c)^2a + bc(b+c)$$

$$= (b+c)\{a^2 + (b+c)a + bc\}$$

$$= (b+c)(a+b)(a+c)$$

$$= (a+b)(b+c)(c+a)$$

★3元対称式

a, b, c のうちの2つを入れ替えても同じ式になるとき, それを3元の対称式という.

★対称式は因数分解後にも特徴がある.

2. 次の式を因数分解せよ。(S級1分30秒, A級3分, B級6分, C級9分)

$$(1) \quad a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ca$$

$$= (a - b + c)^2$$

★公式

☆1(1)と正負が異なる。(a + b + c)²をイメージしながら、各文字の正負を変えるとどうなるか考えよう。

☆別解法

$$\begin{aligned} \text{与式} &= a^2 - 2a(b - c) + b^2 - 2bc + c^2 \\ &= a^2 - 2a(b - c) + (b - c)^2 \\ &= \{a - (b - c)\}^2 \end{aligned}$$

$$(2) \quad a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$$

$$= -a^2(b - c) + a(b^2 - c^2) - bc(b - c) \quad \leftarrow \star a \text{ についての降べきの順で整理}$$

$$= -a^2(b - c) + a(b - c)(b + c) - bc(b - c)$$

$$= -(b - c)\{a^2 - a(b + c) + bc\}$$

$$= -(b - c)(a - b)(a - c)$$

$$= (a - b)(b - c)(c - a)$$

★3元交代式

a, b, cのうちどの2つを入れ替えても元の式の(-1)倍になるとき、それを3元の交代式という。

★交代式は必ず(a - b)(b - c)(c - a)という因数をもつ。