

反射テスト 三角比 三角形の面積 01

1. 次の $\triangle ABC$ の面積を求めよ. ただし, $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ とする.

(S 級 40 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 2 分 40 秒)

(1) $A = 90^\circ$, $b = 5$, $c = 4$

(2) $A = 45^\circ$, $b = 2$, $c = 3$

(3) $C = 120^\circ$, $a = 2\sqrt{2}$, $b = \sqrt{6}$

(4) $B = 60^\circ$, $c = a = 6$

2. 次の $\triangle ABC$ の面積を求めよ. ただし, $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ とする.

(S 級 40 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 2 分 40 秒)

(1) $A = 90^\circ$, $b = 5$, $c = 12$

(2) $A = 30^\circ$, $b = 8$, $c = 3$

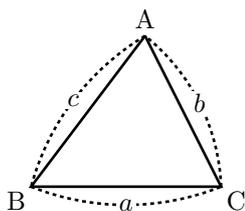
(3) $C = 135^\circ$, $a = \sqrt{3}$, $b = 2\sqrt{6}$

(4) $B = 120^\circ$, $c = a = \sqrt{6}$

反射テスト 三角比 三角形の面積 01 解答解説

1. 次の $\triangle ABC$ の面積を求めよ. ただし, $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ とする.

(S 級 40 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 2 分 40 秒)



★ 三角形の面積 $\triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A$

三角形の面積を求める公式である. 文字を循環させて,

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

とも言える. 左図のように, 2 辺夾角相等をイメージするとよい.

(1) $A = 90^\circ$, $b = 5$, $c = 4$

(2) $A = 45^\circ$, $b = 2$, $c = 3$

★ 三角形の面積 = 底辺 \times 高さ $\times \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2}bc \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \\ &= 10 \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

★ 公式 $\triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A$

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2}bc \sin A \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(3) $C = 120^\circ$, $a = 2\sqrt{2}$, $b = \sqrt{6}$

(4) $B = 60^\circ$, $c = a = 6$

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2}ab \sin C \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sin 120^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 3 \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2}ca \sin B \\ &= \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 9\sqrt{3} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

★ 一辺の長さ a の正三角形の面積は

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

この公式を知っていると早い.

2. 次の $\triangle ABC$ の面積を求めよ. ただし, $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ とする.

(S 級 40 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 2 分 40 秒)

(1) $A = 90^\circ$, $b = 5$, $c = 12$

(2) $A = 30^\circ$, $b = 8$, $c = 3$

★三角形の面積 = 底辺 \times 高さ $\times \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}bc \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 \\ &= 30 \quad \dots \text{答え}\end{aligned}$$

★公式 $\triangle ABC = \frac{1}{2}bc \sin A$

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}bc \sin A \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 \cdot \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 6 \quad \dots \text{答え}\end{aligned}$$

(3) $C = 135^\circ$, $a = \sqrt{3}$, $b = 2\sqrt{6}$

(4) $B = 120^\circ$, $c = a = \sqrt{6}$

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}ab \sin C \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} \cdot \sin 135^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= 3 \quad \dots \text{答え}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}ca \sin B \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{6}^2 \cdot \sin 120^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad \dots \text{答え}\end{aligned}$$