反射テスト　三角比　余弦定理　02

1.　$\triangle$ABC について, 次の問いに答えよ. ただし, $\mathrm{BC} = a$, $\mathrm{CA} = b$, $\mathrm{AB} = c$ とする.
（ S 級 1 分 40 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分 ）

(1)　$\mathrm{A} = 60^\circ$, $b = 5$, $c = 4$ のとき,
a を求めよ.

(2)　$a = b = 2$, $c = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ のとき,
A と B と C を求めよ.

2. $\triangle$ABC について，次の問いに答えよ．ただし，BC $= a$，CA $= b$，AB $= c$ とする．

（ S 級 2 分，A 級 3 分，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）

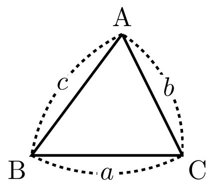
(1) B $= 45°$，$c = 7$，$a = 3\sqrt{2}$ のとき，b を求めよ．

(2) $a = 2\sqrt{3}$，$b = 3\sqrt{2}$，$c = 3 + \sqrt{3}$ のとき，A と B を求めよ．

反射テスト　三角比　余弦定理　02　解答解説

1.　△ABC について，次の問いに答えよ．ただし，BC $= a$，CA $= b$，AB $= c$ とする．

（ S 級 1 分 40 秒，A 級 3 分，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）



★ 余弦定理（ Aa, Bb, Cc の循環で覚えよう ）

①　$\boldsymbol{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos \mathrm{A}}$

また，これを変形して，

②　$\boldsymbol{\cos \mathrm{A} = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}$

☆この公式を使うときのイメージ

$\begin{cases} \text{①　三角形の 2 辺とその間の角がわかれば，他の 1 辺を求めることが可能．} \\ \text{②　三角形の 3 辺がわかれば，3 つの角を求めることが可能．} \end{cases}$

(1)　$\mathrm{A} = 60^\circ$，$b = 5$，$c = 4$ のとき，
a を求めよ．

★ 余弦定理 より，

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos \mathrm{A}$

$a^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \times 5 \times 4 \times \cos 60^\circ$

$a^2 = 25 + 16 - 40 \times \dfrac{1}{2}$

$a^2 = 21$

$a > 0$ より，$\boldsymbol{a = \sqrt{21}}$　**…答え**

(2)　$a = b = 2$，$c = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ のとき，
A と B と C を求めよ．

3 辺がわかっているので，**★ 余弦定理** より，

$$\cos \mathrm{C} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \quad (\leftarrow ☆)$$
$$= \frac{2^2 + 2^2 - (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2}{2^3}$$
$$= \frac{8 - (8 + 4\sqrt{3})}{8}$$
$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\Rightarrow$　$\mathbf{C = 150^\circ}$　**…答え**

$a = b$ の二等辺三角形であるから，A $=$ B

$\Rightarrow$　$\mathrm{A} = \mathrm{B} = (180 - 150) \div 2 = \mathbf{15^\circ}$　**…答え**

☆ポイント 1

a と b が自然数で，c が無理数 2 項であるから，
$\cos \mathrm{C}$ を導くのが簡単である．
逆に，$\cos \mathrm{A}$ や $\cos \mathrm{B}$ を導くと，
c を 2 回代入する必要があるから計算が煩雑になる．

2. $\triangle$ABC について，次の問いに答えよ．ただし， BC $= a$ ，CA $= b$ ，AB $= c$ とする．

（ S 級 2 分，A 級 3 分，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）

(1) $\mathrm{B} = 45^\circ$，$c = 7$，$a = 3\sqrt{2}$ のとき，
b を求めよ．

★ **余弦定理** より，

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos\mathrm{B}$

$b^2 = 7^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \times 7 \times 3\sqrt{2} \times \cos 45^\circ$

$b^2 = 49 + 18 - 42\sqrt{2} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$b^2 = 25$

$b > 0$ より，$\boldsymbol{b = 5}$ **…答え**

(2) $a = 2\sqrt{3}$ ，$b = 3\sqrt{2}$ ，$c = 3 + \sqrt{3}$ のとき，
A と B を求めよ．

3 辺がわかっているので，★ **余弦定理** より，

$$\cos\mathrm{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$
$$= \frac{(3\sqrt{2})^2 + (3+\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2}{2 \times 3\sqrt{2} \times (3+\sqrt{3})}$$
$$= \frac{18 + 12 + 6\sqrt{3} - 12}{6\sqrt{2}(3+\sqrt{3})}$$
$$= \frac{6(3+\sqrt{3})}{6\sqrt{2}(3+\sqrt{3})}$$
$$= -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\Rightarrow$ $\mathbf{A = 45^\circ}$ **…答え**

$$\cos\mathrm{B} = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$
$$= \frac{(3+\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^2}{2 \times (3+\sqrt{3}) \times 2\sqrt{3}}$$
$$= \frac{12 + 6\sqrt{3} + 12 - 18}{12\sqrt{3} + 12}$$
$$= \frac{6(1+\sqrt{3})}{12(1+\sqrt{3})}$$
$$= \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ $\mathbf{B = 60^\circ}$ **…答え**