

反射テスト 三角比 余弦定理 01

1. $\triangle ABC$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ とする。

(S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分, B 級 4 分, C 級 5 分)

(1) $A = 60^\circ$, $b = 5$, $c = 8$ のとき,
 a を求めよ。

(2) $C = 135^\circ$, $a = 2\sqrt{3}$, $b = 3\sqrt{6}$ のとき,
 c を求めよ。

(3) $a = 7$, $b = 8$, $c = 3$ のとき,
A を求めよ。

(4) $a = 1$, $b = \sqrt{3}$, $c = \sqrt{7}$ のとき,
C を求めよ。

2. $\triangle ABC$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $BC = a$ 、 $CA = b$ 、 $AB = c$ とする。

(S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分, C 級 5 分)

(1) $A = 120^\circ$, $b = 1$, $c = 3$ のとき,
 a を求めよ。

(2) $B = 45^\circ$, $c = 3\sqrt{2}$, $a = 4$ のとき,
 b を求めよ。

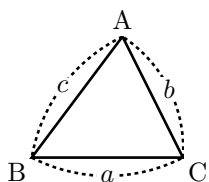
(3) $a = 3$, $b = \sqrt{21}$, $c = 4\sqrt{3}$ のとき,
 B を求めよ。

(4) $a = \sqrt{10}$, $b = 2\sqrt{5}$, $c = 5\sqrt{2}$ のとき,
 C を求めよ。

反射テスト 三角比 余弦定理 01 解答解説

1. $\triangle ABC$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $BC = a$ 、 $CA = b$ 、 $AB = c$ とする。

(S級1分50秒, A級3分, B級4分, C級5分)



★余弦定理 (Aa, Bb, Cc の循環で覚えよう)

① $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

また、これを变形して、

② $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

☆この公式を使うときのイメージ

- ① 三角形の2辺とその間の角がわかれば、他の1辺を求めることが可能.
- ② 三角形の3辺がわかれば、3つの角を求めることが可能.

(1) $A = 60^\circ$, $b = 5$, $c = 8$ のとき,
 a を求めよ.

(2) $C = 135^\circ$, $a = 2\sqrt{3}$, $b = 3\sqrt{6}$ のとき,
 c を求めよ.

☆イメージ1

★余弦定理より,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 25 + 64 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}$$

$$a^2 = 49$$

$$a > 0 \text{ より, } a = 7 \quad \dots\text{答え}$$

☆イメージ1

★余弦定理より,

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$c^2 = (2\sqrt{3})^2 + (3\sqrt{6})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{6} \cdot \cos 135^\circ$$

$$c^2 = 12 + 54 - 36\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$c^2 = 102$$

$$c > 0 \text{ より, } c = \sqrt{102} \quad \dots\text{答え}$$

(3) $a = 7$, $b = 8$, $c = 3$ のとき,
 A を求めよ.

(4) $a = 1$, $b = \sqrt{3}$, $c = \sqrt{7}$ のとき,
 C を求めよ.

☆イメージ2

★余弦定理より,

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos A = \frac{8^2 + 3^2 - 7^2}{2 \cdot 8 \cdot 3}$$

$$\cos A = \frac{1}{2}$$

$$0^\circ < A < 180^\circ \text{ より, } A = 60^\circ \quad \dots\text{答え}$$

☆イメージ2

★余弦定理より,

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos C = \frac{1^2 + (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{7})^2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{3}}$$

$$\cos C = \frac{1+3-7}{2\sqrt{3}}$$

$$\cos C = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$0^\circ < C < 180^\circ \text{ より, } C = 150^\circ \quad \dots\text{答え}$$

2. $\triangle ABC$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $BC = a$ 、 $CA = b$ 、 $AB = c$ とする。

(S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分, C 級 5 分)

(1) $A = 120^\circ$, $b = 1$, $c = 3$ のとき,
 a を求めよ。

☆イメージ 1

★余弦定理より,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 1^2 + 3^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot \cos 120^\circ$$

$$a^2 = 1 + 9 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$a^2 = 13$$

$$a > 0 \text{ より, } a = \sqrt{13} \quad \dots\text{答え}$$

(2) $B = 45^\circ$, $c = 3\sqrt{2}$, $a = 4$ のとき,
 b を求めよ。

☆イメージ 1

★余弦定理より,

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$b^2 = (3\sqrt{2})^2 + 4^2 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \cos 45^\circ$$

$$b^2 = 18 + 16 - 2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$b^2 = 10$$

$$b > 0 \text{ より, } b = \sqrt{10} \quad \dots\text{答え}$$

(3) $a = 3$, $b = \sqrt{21}$, $c = 4\sqrt{3}$ のとき,
 B を求めよ。

☆イメージ 2

★余弦定理より,

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos B = \frac{(4\sqrt{3})^2 + 3^2 - (\sqrt{21})^2}{2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 3}$$

$$\cos B = \frac{48 + 9 - 21}{24\sqrt{3}}$$

$$\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$0^\circ < B < 180^\circ \text{ より, } B = 30^\circ \quad \dots\text{答え}$$

(4) $a = \sqrt{10}$, $b = 2\sqrt{5}$, $c = 5\sqrt{2}$ のとき,
 C を求めよ。

☆イメージ 2

★余弦定理より,

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\cos C = \frac{(\sqrt{10})^2 + (2\sqrt{5})^2 - (5\sqrt{2})^2}{2 \cdot \sqrt{10} \cdot 2\sqrt{5}}$$

$$\cos C = \frac{10 + 20 - 50}{20\sqrt{2}}$$

$$\cos C = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$0^\circ < C < 180^\circ \text{ より, } C = 135^\circ \quad \dots\text{答え}$$