反射テスト　三角比　正弦定理　02

1.　$\triangle \mathrm{ABC}$ の外接円の半径を R とする．また，$\mathrm{BC}=a$，$\mathrm{CA}=b$，$\mathrm{AB}=c$ とする．次の問いに答えよ．

（ S 級 2 分，A 級 3 分，B 級 4 分 20 秒，C 級 6 分 ）

(1)　$a=12$，$\angle\mathrm{A}=45^\circ$ のとき，
$\triangle \mathrm{ABC}$ の外接円の面積を求めよ．

(2)　$b=6$，$c=3\sqrt{2}$，$\angle\mathrm{C}=30^\circ$ のとき，
$\angle\mathrm{A}$ を求めよ．

(3)　$a=6$，$\angle\mathrm{A}=\angle\mathrm{B}=30^\circ$ のとき，
$\triangle \mathrm{ABC}$ の他の 2 辺の長さと，外接円の半径を求めよ．

2. $\triangle$ABC の外接円の半径を R とする. また, $\mathrm{BC}=a$, $\mathrm{CA}=b$, $\mathrm{AB}=c$ とする. 次の問いに答えよ.

(S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分 20 秒, C 級 6 分)

(1) $a=12$, $\angle\mathrm{A}=60^\circ$ のとき,
$\triangle$ABC の外接円の面積を求めよ.

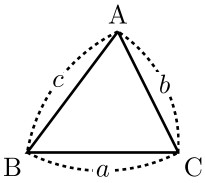
(2) $b=5$, $c=5\sqrt{2}$, $\angle\mathrm{C}=135^\circ$ のとき,
$\angle$A を求めよ.

(3) $a=24$, $\angle\mathrm{A}=120^\circ$, $\angle\mathrm{B}=30^\circ$ のとき,
$\triangle$ABC の他の 2 辺の長さと, 外接円の半径を求めよ.

反射テスト　三角比　正弦定理　02　解答解説

1.　△ABC の外接円の半径を R とする．また，$\mathrm{BC}=a$，$\mathrm{CA}=b$，$\mathrm{AB}=c$ とする．次の問いに答えよ．

（S 級 2 分，A 級 3 分，B 級 4 分 20 秒，C 級 6 分）



★ **正弦定理**

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\sin\mathbf{A}}=\frac{\boldsymbol{b}}{\sin\mathbf{B}}=\frac{\boldsymbol{c}}{\sin\mathbf{C}}=\mathbf{2}\boldsymbol{R}$$

（R は △ABC の外接円の半径である．）

(1)　$a=12$，$\angle\mathrm{A}=45^\circ$のとき，
△ABC の外接円の面積を求めよ．

$2R=\frac{a}{\sin\mathrm{A}}$

$\therefore\quad 2R=\frac{12}{\sin 45^\circ}$

$\Leftrightarrow\quad 2R=12\div\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow\quad 2R=12\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow\quad R=6\sqrt{2}$

$\pi R^2=\pi\times(6\sqrt{2})^2$

$=\mathbf{72}\boldsymbol{\pi}$　**…答え**

(2)　$b=6$，$c=3\sqrt{2}$，$\angle\mathrm{C}=30^\circ$のとき，
$\angle\mathrm{A}$ を求めよ．

三角形の内角は 0° より大きく，180° より小さいので，

$0<\sin\mathrm{B}<1$

$\frac{b}{\sin\mathrm{B}}=\frac{c}{\sin\mathrm{C}}$

$\therefore\quad \frac{6}{\sin\mathrm{B}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}$

$\Leftrightarrow\quad \frac{6}{\sin\mathrm{B}}=6\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow\quad \frac{\sin\mathrm{B}}{6}=\frac{1}{6\sqrt{2}}$　←両辺の逆数

$\Leftrightarrow\quad \sin\mathrm{B}=\frac{6}{6\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow\quad \sin\mathrm{B}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$0^\circ<\mathrm{B}<(180-30)^\circ$ より，$\mathrm{B}=45^\circ$，135°

$$\therefore\quad \angle\mathbf{A}=\begin{cases}180-(30+45)=\mathbf{105^\circ}\\ 180-(30+135)=\mathbf{15^\circ}\end{cases}$$　**…答え**

(3)　$a=6$，$\angle\mathrm{A}=\angle\mathrm{B}=30^\circ$ のとき，
△ABC の他の 2 辺の長さと，外接円の半径を求めよ．

$\mathrm{A}=\mathrm{B}$ より，△ABC は $a=b$ の二等辺三角形

$\therefore\quad \boldsymbol{b}=\mathbf{6}$　**…答え**

三角形の内角の和が 180°であるから，

$\mathrm{C}=180-30\times 2=120^\circ$

$\frac{c}{\sin\mathrm{C}}=\frac{a}{\sin\mathrm{A}}$

$\therefore\quad \frac{c}{\sin 120^\circ}=\frac{6}{\sin 30^\circ}$

$\Leftrightarrow\quad \frac{c}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{6}{\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow\quad \frac{c}{\sqrt{3}}=6$

$\Leftrightarrow\quad \boldsymbol{c}=\mathbf{6}\sqrt{\mathbf{3}}$　**…答え**

$2R=\frac{a}{\sin\mathrm{A}}$

$\frac{a}{\sin\mathrm{A}}=\frac{6}{\sin 30^\circ}=\frac{6}{\frac{1}{2}}=12$

$\therefore\quad 2R=12$

$\Leftrightarrow\quad \boldsymbol{R}=\mathbf{6}$　**…答え**

2. △ABC の外接円の半径を R とする．また，$\mathrm{BC}=a$，$\mathrm{CA}=b$，$\mathrm{AB}=c$ とする．次の問いに答えよ．

（ S 級 2 分，A 級 3 分，B 級 4 分 20 秒，C 級 6 分 ）

(1) $a=12$，$\angle\mathrm{A}=60^\circ$のとき，
△ABC の外接円の面積を求めよ．

$2R=\frac{a}{\sin\mathrm{A}}$
$\therefore\ 2R=\frac{12}{\sin 60^\circ}$
$\Leftrightarrow\ 2R=12\div\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\Leftrightarrow\ 2R=8\sqrt{3}$
$\Leftrightarrow\ R=4\sqrt{3}$

$\pi R^2=\pi\times(4\sqrt{3})^2$
$=\boldsymbol{48\pi}$ **…答え**

(2) $b=5$，$c=5\sqrt{2}$，$\angle\mathrm{C}=135^\circ$のとき，
$\angle\mathrm{A}$ を求めよ．

三角形の内角は 0° より大きく，180° より小さいので，
$0<\sin\mathrm{B}<1$
$\frac{b}{\sin\mathrm{B}}=\frac{c}{\sin\mathrm{C}}$
$\therefore\ \frac{5}{\sin\mathrm{B}}=\frac{5\sqrt{2}}{\sin 135^\circ}$
$\Leftrightarrow\ \frac{5}{\sin\mathrm{B}}=10$
$\Leftrightarrow\ \frac{\sin\mathrm{B}}{5}=\frac{1}{10}$ ←両辺の逆数
$\Leftrightarrow\ \sin\mathrm{B}=\frac{1}{2}$

$0^\circ<\mathrm{B}<(180-135)^\circ$ より，$\mathrm{B}=30^\circ$
$\therefore\ \angle\mathbf{A}=180-(30+135)=\mathbf{15^\circ}$ **…答え**

(3) $a=24$，$\angle\mathrm{A}=120^\circ$，$\angle\mathrm{B}=30^\circ$ のとき，
△ABC の他の 2 辺の長さと，外接円の半径を求めよ．

三角形の内角の和が 180°であるから，
$\mathrm{C}=180-(120+30)=30^\circ$
ゆえに $\mathrm{B}=\mathrm{C}$ より，△ABC は $b=c$ の二等辺三角形

$\frac{a}{\sin\mathrm{A}}=\frac{b}{\sin\mathrm{B}}$
$\therefore\ \frac{24}{\sin 120^\circ}=\frac{b}{\sin 30^\circ}$
$\Leftrightarrow\ \frac{24}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{b}{\frac{1}{2}}$
$\Leftrightarrow\ \frac{24}{\sqrt{3}}=\frac{b}{1}$
$b=8\sqrt{3}$

二等辺三角形であるから，$\boldsymbol{c=b=8\sqrt{3}}$ **…答え**

$2R=\frac{b}{\sin\mathrm{B}}$
$\frac{b}{\sin\mathrm{B}}=\frac{8\sqrt{3}}{\sin 30^\circ}=\frac{8\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}=16\sqrt{3}$
$\therefore\ 2R=16\sqrt{3}$
$\Leftrightarrow\ \boldsymbol{R=8\sqrt{3}}$ **…答え**