反射テスト　三角比　正弦定理　01

1.　$\triangle\mathrm{ABC}$ の外接円の半径を R とする．また，$\mathrm{BC}=a$，$\mathrm{CA}=b$，$\mathrm{AB}=c$ とする．次の問いに答えよ．

（ S 級 1 分 30 秒，A 級 2 分，B 級 3 分，C 級 5 分 ）

(1)　$a=6$，$\angle\mathrm{A}=90^\circ$のとき，
R を求めよ．

(2)　$a=4$，$R=2\sqrt{2}$ のとき，
$\angle\mathrm{A}$ を求めよ．

(3)　$a=6$，$\angle\mathrm{A}=120^\circ$，$\angle\mathrm{B}=45^\circ$のとき，
b を求めよ．

(4)　$a=6\sqrt{2}$，$b=2\sqrt{6}$，$\angle\mathrm{B}=30^\circ$のとき，
$\angle\mathrm{A}$ を求めよ．

2. $\triangle$ABC の外接円の半径を R とする．また，$\mathrm{BC}=a$，$\mathrm{CA}=b$，$\mathrm{AB}=c$ とする．次の問いに答えよ．

（ S 級 1 分 30 秒，A 級 2 分，B 級 3 分，C 級 5 分 ）

(1) $b=4$，$\angle\mathrm{B}=135^\circ$ のとき，
R を求めよ．

(2) $\angle\mathrm{C}=60^\circ$，$R=\sqrt{3}$ のとき，
c を求めよ．

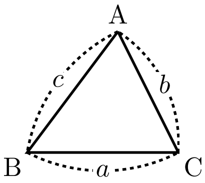
(3) $c=2$，$\angle\mathrm{A}=45^\circ$，$\angle\mathrm{C}=30^\circ$ のとき，
a を求めよ．

(4) $b=3\sqrt{2}$，$c=2\sqrt{3}$，$\angle\mathrm{B}=120^\circ$ のとき，
$\angle\mathrm{C}$ を求めよ．

反射テスト　三角比　正弦定理　01　解答解説

1. 　△ABC の外接円の半径を R とする．また， $\mathrm{BC}=a$ ， $\mathrm{CA}=b$ ， $\mathrm{AB}=c$ とする．次の問いに答えよ．

（ S 級 1 分 30 秒， A 級 2 分， B 級 3 分， C 級 5 分 ）



★ 正弦定理

$$\frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}} = \frac{c}{\sin \mathrm{C}} = 2R$$

（ R は △ABC の外接円の半径である．）

☆この公式を使うときのイメージ

$\left\{\begin{array}{l}\text{三角形の 1 辺と 2 角がわかれば，他の 2 辺を求めることが可能．}\\ \text{三角形の 1 辺とその対角がわかれば，外接円の半径を求めることが可能．}\\ \text{三角形の 2 辺とその夾角以外ではない 1 つの角がわかれば，他の 2 角と 1 辺を求めることが可能．}\end{array}\right.$

三角形は 6 つのパラメータから成る．つまり，3 辺と 3 つの角の数値合計 6 つが決まれば，そういう三角形は，この世に 1 種類しかないことになる．こういう状態を三角形が一意に決まるという．

三角形が一意に決まるために，少なくともいくつのパラメータがわかればいいだろうか？

これは三角形の合同と深い関係がある．

3 つのパラメータでわかるもの $\left\{\begin{array}{l}\text{三辺相等} \Leftrightarrow \text{3 つの辺の長さが全てわかれば，三角形は一意に決まる．}\\ \text{二辺夾角相等} \Leftrightarrow \text{2 つの辺とその間の角がわかれば，三角形は一意に決まる．}\\ \text{二角夾辺相等} \Leftrightarrow \text{1 つの辺とその両端の角がわかれば，三角形は一意に決まる．}\end{array}\right.$

2 つの辺と，間ではない角が 1 つわかっても，三角形は一意に求められない．(2 種類求めることはできる．)

3 つの角度がわかっても，相似形しかわからない．ゆえに，角度だけが 3 つわかっても，三角形は一意に決まらない．

正弦定理は，三角形の 6 つのパラメータのうち 4 つ（辺 2 つ，角 2 つ）で等式を 1 つ作ることができる．よって，

$\left\{\begin{array}{l}\text{辺 2 つと角 1 つ} \Rightarrow \text{角 1 つ}\\ \text{辺 1 つと角 2 つ} \Rightarrow \text{辺 1 つ}\end{array}\right.$ という形で導くことができる．

(1)　$a=6$ ， $\angle\mathrm{A}=90^\circ$ のとき，
R を求めよ．

★ 正弦定理 より

$2R = \frac{a}{\sin \mathrm{A}}$

$\Leftrightarrow$ $R = \frac{a}{2\sin \mathrm{A}}$

$\therefore$ $R = \frac{6}{2\sin 90^\circ}$

$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{R=3}$ **…答え**

(2)　$a=4$ ， $R=2\sqrt{2}$ のとき，
$\angle\mathrm{A}$ を求めよ．

★ 正弦定理 より

$2R = \frac{a}{\sin \mathrm{A}}$

$\Leftrightarrow$ $\sin \mathrm{A} = \frac{a}{2R}$

$\therefore$ $\sin \mathrm{A} = \frac{4}{2\cdot 2\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow$ $\sin \mathrm{A} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$0^\circ < \mathrm{A} < 180^\circ$ より　$\mathbf{A=45^\circ，135^\circ}$ **…答え**

☆ 2 つの可能性があることに注意．

(3)　$a=6$ ， $\angle\mathrm{A}=120^\circ$， $\angle\mathrm{B}=45^\circ$ のとき，
b を求めよ．

★ 正弦定理 より

$\frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}}$

$\Leftrightarrow$ $b = \frac{a\sin \mathrm{B}}{\sin \mathrm{A}}$

$\therefore$ $b = \frac{6\sin 45^\circ}{\sin 120^\circ}$

$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{b=2\sqrt{6}}$ **…答え**

(4)　$a=6\sqrt{2}$ ， $b=2\sqrt{6}$ ， $\angle\mathrm{B}=30^\circ$ のとき，
$\angle\mathrm{A}$ を求めよ．

★ 正弦定理 より

$\frac{a}{\sin \mathrm{A}} = \frac{b}{\sin \mathrm{B}}$

$\therefore$ $\frac{6\sqrt{2}}{\sin \mathrm{A}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sin 30^\circ}$

$\Leftrightarrow$ $\sin \mathrm{A} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$0^\circ < \mathrm{A} < 180^\circ$ より　$\mathbf{A=60^\circ，120^\circ}$ **…答え**

2. $\triangle$ABC の外接円の半径を R とする. また, $\mathrm{BC}=a$, $\mathrm{CA}=b$, $\mathrm{AB}=c$ とする. 次の問いに答えよ.

(S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1) $b=4$, $\angle\mathrm{B}=135^\circ$ のとき,
R を求めよ.

★ **正弦定理** より

$2R=\frac{b}{\sin\mathrm{B}}$

$\Leftrightarrow \quad R=\frac{b}{2\sin\mathrm{B}}$

$\therefore \quad R=\frac{4}{2\sin 135^\circ}$

$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{R=2\sqrt{2}}$ **…答え**

(2) $\angle\mathrm{C}=60^\circ$, $R=\sqrt{3}$ のとき,
c を求めよ.

★ **正弦定理** より

$\frac{c}{\sin\mathrm{C}}=2R$

$\Leftrightarrow \quad c=2R\sin\mathrm{C}$

$\therefore \quad c=2\cdot\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{c=3}$ **…答え**

(3) $c=2$, $\angle\mathrm{A}=45^\circ$, $\angle\mathrm{C}=30^\circ$ のとき,
a を求めよ.

★ **正弦定理** より

$\frac{a}{\sin\mathrm{A}}=\frac{c}{\sin\mathrm{C}}$

$\Leftrightarrow \quad a=\frac{c\sin\mathrm{A}}{\sin\mathrm{C}}$

$\therefore \quad a=\frac{2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}}$

$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{a=2\sqrt{2}}$ **…答え**

(4) $b=3\sqrt{2}$, $c=2\sqrt{3}$, $\angle\mathrm{B}=120^\circ$ のとき,
$\angle$C を求めよ.

★ **正弦定理** より

$\frac{b}{\sin\mathrm{B}}=\frac{c}{\sin\mathrm{C}}$

$\therefore \quad \frac{3\sqrt{2}}{\sin 120^\circ}=\frac{2\sqrt{3}}{\sin\mathrm{C}}$

$\Leftrightarrow \quad \sin\mathrm{C}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$0^\circ<\mathrm{C}<60^\circ$ より $\quad \mathbf{C=45^\circ}$ **…答え**

☆$\angle\mathrm{B}=120^\circ$ であるから $\quad 0^\circ<\mathrm{C}<60^\circ$