反射テスト　論理　全称記号と存在記号とその否定　01

1.　例にならって，集合の記号と全称記号$\forall$と存在記号$\exists$を用いて次の条件を表せ．また必要とあれば実数は$\mathbb{R}$，整数は$\mathbb{Z}$を用いること．
（S級1分，A級1分30秒，B級2分，C級2分30秒）

例1.　あらゆる実数xに対して，$x^2 \geqq 0$　$\Leftrightarrow$　$\forall\ x \in \mathbb{R}\ ,\ x^2 \geqq 0$

例2.　$x^2 = 1$を満たす実数xが存在する　$\Leftrightarrow$　$\exists\ x\ ,\ x^2 = 1$

(1)　$x > 0$を満たすあらゆるxに対して，$f(x) > 0$

(2)　$f(x) = 0$を満たす実数xが存在する．

(3)　「あらゆる整数nに対して，$f(n) > 0$」の否定

(4)　「$f(x) \leqq 0$を満たすxが存在する」の否定

2. 例にならって，集合の記号と全称記号$\forall$と存在記号$\exists$を用いて次の条件を表せ．また必要とあれば実数は$\mathbb{R}$，自然数は$\mathbb{N}$を用いること．（S級1分，A級1分30秒，B級2分，C級2分30秒）

例1．あらゆる実数xに対して，$x^2 \geqq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \forall\, x \in \mathbb{R}\ ,\ x^2 \geqq 0$

例2．$x^2 = 1$を満たす実数xが存在する $\quad \Leftrightarrow \quad \exists\, x\ ,\ x^2 = 1$

(1) $-1 \leqq x \leqq 1$を満たすあらゆるxに対して，$f(x)$は正

(2) $f(x)$が負になる実数xがある．

(3) 「あらゆる自然数nに対して，$a_n \neq 0$」の否定

(4) 「$f(x) \geqq g(x)$を満たすxが存在する」の否定

反射テスト　論理　全称記号と存在記号とその否定　01　解答解説

1.　例にならって，集合の記号と全称記号$\forall$と存在記号$\exists$を用いて次の条件を表せ．また必要とあれば実数は$\mathbb{R}$，整数は$\mathbb{Z}$を用いること．
（S級1分，A級1分30秒，B級2分，C級2分30秒）

例1.　あらゆる実数xに対して，$x^2 \geqq 0$　$\Leftrightarrow$　$\forall\ x \in \mathbb{R}\ ,\ x^2 \geqq 0$

例2.　$x^2 = 1$を満たす実数xが存在する　$\Leftrightarrow$　$\exists\ x\ ,\ x^2 = 1$

(1)　$x > 0$を満たすあらゆるxに対して，$f(x) > 0$

$$\boldsymbol{\forall\ x > 0\ ,\ f(x) > 0}$$

☆別解　他の論理記号を用いて

$$\boldsymbol{\forall\ x\ (\ x > 0 \land f(x) > 0\ )}$$

(2)　$f(x) = 0$を満たす実数xが存在する．

$$\boldsymbol{\exists\ x \in \mathbb{R}\ ,\ f(x) = 0}$$

☆別解　他の論理記号を用いて

$$\boldsymbol{\exists\ x\ (\ x \in \mathbb{R} \land f(x) = 0\ )}$$

(3)　「あらゆる整数nに対して，$f(n) > 0$」の否定

$$\boldsymbol{\exists\ n \in \mathbb{Z}\ ,\ f(n) \leqq 0}$$

☆別解　他の論理記号を用いて

$$\boldsymbol{\exists\ n\ (\ n \in \mathbb{Z} \land f(x) \leqq 0\ )}$$

★ 全称記号の否定

全称記号の否定は存在記号になる．
例えば「あらゆる人が笑う」の否定は，
「笑わない人が（1人は）いる」と考えられる．

(4)　「$f(x) \leqq 0$を満たすxが存在する」の否定

$$\boldsymbol{\forall\ x\ ,\ f(x) > 0}$$

☆別解

$$\boldsymbol{\forall\ x\ f(x) > 0}$$

★ 存在記号の否定

存在記号の否定は全称記号になる．
例えば「泣く人がいる」の否定は，
「あらゆる人が泣かない」と考える．

2. 例にならって，集合の記号と全称記号$\forall$と存在記号$\exists$を用いて次の条件を表せ．また必要とあれば実数は$\mathbb{R}$，自然数は$\mathbb{N}$を用いること．（S級1分，A級1分30秒，B級2分，C級2分30秒）

例1.　あらゆる実数xに対して，$x^2 \geqq 0$　$\Leftrightarrow$　$\forall\ x \in \mathbb{R}\ ,\ x^2 \geqq 0$

例2.　$x^2 = 1$を満たす実数xが存在する　$\Leftrightarrow$　$\exists\ x\ ,\ x^2 = 1$

(1)　$-1 \leqq x \leqq 1$を満たすあらゆるxに対して，$f(x)$は正

$$\boldsymbol{-1 \leqq \forall\ x \leqq 1\ ,\ f(x) > 0}$$

☆別解　他の論理記号を用いて

$$\boldsymbol{\forall\ x\ (\ -1 \leqq x \leqq 1 \land f(x) > 0\ )}$$

(2)　$f(x)$が負になる実数xがある．

$$\boldsymbol{\exists\ x \in \mathbb{R}\ ,\ f(x) < 0}$$

☆別解　他の論理記号を用いて

$$\boldsymbol{\exists\ x\ (\ x \in \mathbb{R} \land f(x) < 0\ )}$$

(3)　「あらゆる自然数nに対して，$a_n \neq 0$」の否定

$$\boldsymbol{\exists\ n \in \mathbb{N}\ ,\ a_n = 0}$$

☆別解　他の論理記号を用いて

$$\boldsymbol{\exists\ n\ (\ n \in \mathbb{N} \land a_n = 0\ )}$$

★ 全称記号の否定

全称記号の否定は存在記号になる．
例えば「あらゆる人が笑う」の否定は，
「笑わない人が（1人は）いる」と考えられる．

(4)　「$f(x) \geqq g(x)$を満たすxが存在する」の否定

$$\boldsymbol{\forall\ x\ ,\ f(x) < g(x)}$$

☆別解

$$\boldsymbol{\forall\ x\ f(x) < g(x)}$$

★ 存在記号の否定

存在記号の否定は全称記号になる．
例えば「泣く人がいる」の否定は，
「あらゆる人が泣かない」と考える．