

反射テスト 論理 式変形と必要十分性 03

1. a, b, c は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 $\Leftrightarrow$ 」「 $\Rightarrow$ 」「 $\Leftarrow$ 」「 $\times$ 」のいずれかをうめること. ただし「 $\times$ 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.
(S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 4 分 30 秒)

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 $\Rightarrow$ 」の反例	必要性「 $\Leftarrow$ 」の反例
例 (1)	$a = b$	$\Leftrightarrow$	$a + 3 = b + 3$		
例 (2)	$a = 2$	$\Rightarrow$	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a + b = 0$		$a = -b$		
(2)	$a(a - b) = 0$		$a = 0$ 又は $a = b$		
(3)	$a^2 = b^2$		$a = b$		
(4)	$a : b = 3 : 2$		$\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$		
(5)	$a < b$ かつ $c > 0$		$ac < bc$		
(6)	$a^2 = b$		$a = b^{\frac{1}{2}}$		
(7)	$9 = 3^c$		$\log_3 9 = c$		
(8)	$a = 2^b$		$\log_2 a = b$		

2. a, b, c, d は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 $\Leftrightarrow$ 」「 $\Rightarrow$ 」「 $\Leftarrow$ 」「 $\times$ 」のいずれかをうめること. ただし「 $\times$ 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.

(S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分)

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 $\Rightarrow$ 」の反例	必要性「 $\Leftarrow$ 」の反例
例 (1)	$a = b$	$\Leftrightarrow$	$a + 3 = b + 3$		
例 (2)	$a = 2$	$\Rightarrow$	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a^2 = b$		$a^2 - b = 0$		
(2)	$a^2 = b^2$		$a = b$ 又は $a = -b$		
(3)	$a = b$		$\frac{a}{b} = 1$		
(4)	$a : b = c : d$		$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$		
(5)	$a \geq b$ かつ $c < 0$		$\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$ かつ $c < 0$		
(6)	$a^4 = b$		$a = b^{\frac{1}{4}}$		
(7)	$a = 3^b$		$\log_3 a = b$		
(8)	$a^b = a^c$ かつ $a > 0$		$b = c$		
(9)	$a < b$		$\log_2 a < \log_2 b$		
(10)	$a = b^c$		$\log_b a = c$		

反射テスト 論理 式変形と必要十分性 03 解答解説

1. a, b, c は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 $\Leftrightarrow$ 」「 $\Rightarrow$ 」「 $\Leftarrow$ 」「 $\times$ 」のいずれかをうめること. ただし「 $\times$ 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.
(S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 4 分 30 秒)

★ 必要条件と十分条件 「十分 $\Rightarrow$ 必要」 …主語に注目するのがポイント

十分性	$A \Rightarrow B$ (A は B であるための十分条件.)
必要性	$A \Leftarrow B$ (A は B であるための必要条件.)
必要十分性	$A \Leftrightarrow B$ (A は B であるための必要十分条件. A と B は同値である.)

★与えられた式から言える情報

代表例 (ただし全て実数の範囲で成り立つ式として考えた場合)

(1) $\sqrt{A} = B \Rightarrow A \geq 0$ かつ $B \geq 0$

$\sqrt{\sim}$ があれば, $\sqrt{\sim}$ の中も外も 0 以上の実数と考えてよい.

(2) $\log_a B \Rightarrow a \geq 0$ かつ $a \neq 1$ かつ $B \geq 0$

底の条件と真数条件である. これも対数表現があれば仮定と用いることができるし, そうしなければいけない.

☆細かい話になるとどちらとも言えない場合があるかもしれない.

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 $\Rightarrow$ 」の反例	必要性「 $\Leftarrow$ 」の反例
例 (1)	$a = b$	$\Leftrightarrow$	$a + 3 = b + 3$		
例 (2)	$a = 2$	$\Rightarrow$	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a + b = 0$	$\Leftrightarrow$	$a = -b$		
(2)	$a(a - b) = 0$	$\Leftrightarrow$	$a = 0$ 又は $a = b$		
(3)	$a^2 = b^2$	$\Leftarrow$	$a = b$	$a = -b$	
(4)	$a : b = 3 : 2$	$\Leftrightarrow$	$\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$		
(5)	$a < b$ かつ $c > 0$	$\Rightarrow$	$ac < bc$		$a = 2, b = 1, c = -1$ など
(6)	$a^2 = b$	$\Leftarrow$	$a = b^{\frac{1}{2}}$	$a = -b^{\frac{1}{2}}$	
(7)	$9 = 3^c$	$\Leftrightarrow$	$\log_3 9 = c$		
(8)	$a = 2^b$	$\Leftrightarrow$	$\log_2 a = b$		

☆ (4) 十分性「 $\Rightarrow$ 」の反例の補足 $a : b = 3 : 2$ より $b \neq 0$

☆ (5) 必要性「 $\Rightarrow$ 」の反例の補足 「 $\sim$ など」とあるのは一例. 答えは無数にある.

☆ (8) 十分性「 $\Rightarrow$ 」の反例の補足 $a = 2^b > 0$ より 命題 q の真数条件を満たす. 底が負のときなどに気をつける.

2. a, b, c, d は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 $\Leftrightarrow$ 」「 $\Rightarrow$ 」「 $\Leftarrow$ 」「 $\times$ 」のいずれかをうめること. ただし「 $\times$ 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.

(S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分)

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 $\Rightarrow$ 」の反例	必要性「 $\Leftarrow$ 」の反例
例 (1)	$a = b$	$\Leftrightarrow$	$a + 3 = b + 3$		
例 (2)	$a = 2$	$\Rightarrow$	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a^2 = b$	$\Leftrightarrow$	$a^2 - b = 0$		
(2)	$a^2 = b^2$	$\Leftrightarrow$	$a = b$ 又は $a = -b$		
(3)	$a = b$	$\Leftarrow$	$\frac{a}{b} = 1$	$a = b = 0$	
(4)	$a : b = c : d$	$\Leftarrow$	$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	$b = d = 0$	
(5)	$a \geq b$ かつ $c < 0$	$\Leftrightarrow$	$\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$ かつ $c < 0$		
(6)	$a^4 = b$	$\Leftarrow$	$a = b^{\frac{1}{4}}$	$a = -b^{\frac{1}{4}}$	
(7)	$a = 3^b$	$\Leftrightarrow$	$\log_3 a = b$		
(8)	$a^b = a^c$ かつ $a > 0$	$\Leftarrow$	$b = c$	$a = 1$	
(9)	$a < b$	$\Leftarrow$	$\log_2 a < \log_2 b$	$a = -1, b = 2$ など	
(10)	$a = b^c$	$\Leftarrow$	$\log_b a = c$	$a = -8, b = -2, c = 3$ など	

☆反例の補足 「～など」とあるのは一例. 答えは無数にある.

☆(8) 十分性「 $\Rightarrow$ 」の反例の補足 底が正だけでは不十分. 底が 1 のときに対数がとれない理由でもある.