

反射テスト 論理 式変形と必要十分性 02

1. a, b, c は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 \Leftrightarrow 」「 \Rightarrow 」「 \Leftarrow 」「 \times 」のいずれかをうめること. ただし「 \times 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.

(S級 1分30秒, A級 2分, B級 3分, C級 4分)

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 \Rightarrow 」の反例	必要性「 \Leftarrow 」の反例
例 (1)	$a = b$	\Leftrightarrow	$a + 3 = b + 3$		
例 (2)	$a = 2$	\Rightarrow	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a = 0$		$a^2 = 0$		
(2)	$a = 2$		$ac = 2c$		
(3)	$a = b$		$\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$		
(4)	$a = b$		$a^2 = b^2$		
(5)	$a > b$		$a + 10 > b + 10$		
(6)	$a \geq b$		$a - c \geq b - c$		
(7)	$a < b$		$2a < 2b$		
(8)	$a > b$		$-2a > -2b$		

2. a, b, c は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 \Leftrightarrow 」「 \Rightarrow 」「 \Leftarrow 」「 \times 」のいずれかをうめること. ただし「 \times 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.

(S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分, B 級 4 分, C 級 5 分)

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 \Rightarrow 」の反例	必要性「 \Leftarrow 」の反例
例 (1)	$a = b$	\Leftrightarrow	$a + 3 = b + 3$		
例 (2)	$a = 2$	\Rightarrow	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a = 1$		$a^2 = a$		
(2)	$a = b$		$ac = bc$		
(3)	$a^2 = ab$		$a = b$		
(4)	$a = b$		$\sqrt{a} = \sqrt{b}$		
(5)	$a = \sqrt{b}$		$a^2 = b$		
(6)	$a < b$		$a + c < b + c$		
(7)	$a > b$		$-2a < -2b$		
(8)	$a \leq b$		$ac \leq bc$		
(9)	$a < b$		$\frac{a}{-2} > \frac{b}{-2}$		
(10)	$a < b$		$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$		

反射テスト 論理 式変形と必要十分性 02 解答解説

1. a, b, c は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 \Leftrightarrow 」「 \Rightarrow 」「 \Leftarrow 」「 \times 」のいずれかをうめること. ただし「 \times 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.
(S級1分30秒, A級2分, B級3分, C級4分)

★必要条件と十分条件 「十分 \Rightarrow 必要」 …主語に注目するのがポイント

十分性	$A \Rightarrow B$ (A は B であるための十分条件.)
必要性	$A \Leftarrow B$ (A は B であるための必要条件.)
必要十分性	$A \Leftrightarrow B$ (A は B であるための必要十分条件. A と B は同値である.)

★与えられた式から言える情報

代表例 (ただし全て実数の範囲で成り立つ式として考えた場合)

$$A \geq \sqrt{B} \Rightarrow A \geq 0 \text{ かつ } B \geq 0$$

$\sqrt{\sim}$ があれば, $\sqrt{\quad}$ の中も外も0以上の実数と考えてよい.

☆細かい話になるとどちらとも言えない場合があるかもしれない.

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 \Rightarrow 」の反例	必要性「 \Leftarrow 」の反例
例(1)	$a = b$	\Leftrightarrow	$a + 3 = b + 3$		
例(2)	$a = 2$	\Rightarrow	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a = 0$	\Leftrightarrow	$a^2 = 0$		
(2)	$a = 2$	\Rightarrow	$ac = 2c$		$c = 0$
(3)	$a = b$	\Leftarrow	$\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$	$c = 0$	
(4)	$a = b$	\Rightarrow	$a^2 = b^2$		$a = -b$
(5)	$a > b$	\Leftrightarrow	$a + 10 > b + 10$		
(6)	$a \geq b$	\Leftrightarrow	$a - c \geq b - c$		
(7)	$a < b$	\Leftrightarrow	$2a < 2b$		
(8)	$a > b$	\times	$-2a > -2b$	$a = 2$ かつ $b = 1$ など	$a = 1$ かつ $b = 2$ など

☆不等式では両辺に負の数を掛けたり, 割ったりするときに, 大小関係が逆転する.

☆(8) 十分性・必要性の反例の補足 「 \sim など」とあるのは一例. 答えは無数にある.

2. a, b, c は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 \Leftrightarrow 」「 \Rightarrow 」「 \Leftarrow 」「 \times 」のいずれかをうめること. ただし「 \times 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.

(S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分, B 級 4 分, C 級 5 分)

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 \Rightarrow 」の反例	必要性「 \Leftarrow 」の反例
例 (1)	$a = b$	\Leftrightarrow	$a + 3 = b + 3$		
例 (2)	$a = 2$	\Rightarrow	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a = 1$	\Rightarrow	$a^2 = a$		$a = 0$
(2)	$a = b$	\Rightarrow	$ac = bc$		$c = 0$
(3)	$a^2 = ab$	\Leftarrow	$a = b$	$a = 0$	
(4)	$a = b$	\Leftarrow	$\sqrt{a} = \sqrt{b}$	$a = b = -1$ など	
(5)	$a = \sqrt{b}$	\Rightarrow	$a^2 = b$		$a = -\sqrt{b}$
(6)	$a < b$	\Leftrightarrow	$a + c < b + c$		
(7)	$a > b$	\Leftrightarrow	$-2a < -2b$		
(8)	$a \leq b$	\times	$ac \leq bc$	$a = -2, b = 1, c = -1$ など	$a = 2, b = 1, c = 0$ など
(9)	$a < b$	\Leftrightarrow	$\frac{a}{-2} > \frac{b}{-2}$		
(10)	$a < b$	\times	$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$	$c = 0$ など	$a = 2, b = 1, c = -1$ など

☆反例の補足 「～など」とあるのは一例. 答えは無数にある.

☆(3) 「 $a^2 = ab$ 」 \Leftrightarrow 「 $a^2 - ab = 0$ 」 \Leftrightarrow 「 $a(a - b) = 0$ 」 \Leftrightarrow 「 $a = 0$ 又は $a = b$ 」

☆(8) 十分性・必要性の反例の補足 単に「 $c < 0$ 」でもよいだろう.

☆(10) 必要性の反例の補足 単に「 $c < 0$ 」でもよいだろう.