

反射テスト 論理 式変形と必要十分性 01

1. a, b, c は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 \Leftrightarrow 」「 \Rightarrow 」「 \Leftarrow 」「 \times 」のいずれかをうめること. ただし「 \times 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.

(S級1分15秒, A級1分40秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 \Rightarrow 」の反例	必要性「 \Leftarrow 」の反例
例(1)	$a = b$	\Leftrightarrow	$a + 3 = b + 3$		
例(2)	$a = 2$	\Rightarrow	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a = b$		$a - 4 = b - 4$		
(2)	$a = b$		$3a = 3b$		
(3)	$a = b$		$\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$		
(4)	$a^2 = 5$		$a = \sqrt{5}$		
(5)	$a = \pm 3$		$a^2 = 9$		
(6)	$a = 3$ かつ $b = 1$		$(a - 3)(b - 1) = 0$		
(7)	$a^2 = b$		$a = \sqrt{b}$		
(8)	$a^3 = 1$		$a = 1$		

2. a, b, c は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 \Leftrightarrow 」「 \Rightarrow 」「 \Leftarrow 」「 \times 」のいずれかをうめること. ただし「 \times 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.

(S級1分45秒, A級2分20秒, B級3分, C級4分30秒)

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 \Rightarrow 」の反例	必要性「 \Leftarrow 」の反例
例 (1)	$a = b$	\Leftrightarrow	$a + 3 = b + 3$		
例 (2)	$a = 2$	\Rightarrow	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a = b$		$a + c = b + c$		
(2)	$a = b$		$2a = a + b$		
(3)	$a = b$		$ac = bc$		
(4)	$a = \sqrt{b}$		$a^2 = b$		
(5)	$a^2 = 5a$		$a = 0$ 又は $a = 5$		
(6)	$ab = 0$		$a = 0$ かつ $b = 0$		
(7)	$a = 1$ 又は $b = 1$		$(a - 1)(b - 1) = 0$		
(8)	$a^2 = b^2$		$a = b$		
(9)	$a^4 = b^2$		$a^2 = b$		
(10)	$a^4 = 1$		$a = 1$		

反射テスト 論理 式変形と必要十分性 01 解答解説

1. a, b, c は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 \Leftrightarrow 」「 \Rightarrow 」「 \Leftarrow 」「 \times 」のいずれかをうめること. ただし「 \times 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.
(S級1分15秒, A級1分40秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

★必要条件と十分条件 「十分 \Rightarrow 必要」 …主語に注目するのがポイント

十分性	$A \Rightarrow B$ (A は B であるための十分条件.)
必要性	$A \Leftarrow B$ (A は B であるための必要条件.)
必要十分性	$A \Leftrightarrow B$ (A は B であるための必要十分条件. A と B は同値である.)

★与えられた式から言える情報

代表例 (ただし全て実数の範囲で成り立つ式として考えた場合)

(1) $\sqrt{A} = B \Rightarrow A \geq 0$ かつ $B \geq 0$

$\sqrt{\sim}$ があれば, $\sqrt{\quad}$ の中も外も0以上の実数と考えてよい.

☆細かい話になるとどちらとも言えない場合があるかもしれない.

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 \Rightarrow 」の反例	必要性「 \Leftarrow 」の反例
例(1)	$a = b$	\Leftrightarrow	$a + 3 = b + 3$		
例(2)	$a = 2$	\Rightarrow	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a = b$	\Leftrightarrow	$a - 4 = b - 4$		
(2)	$a = b$	\Leftrightarrow	$3a = 3b$		
(3)	$a = b$	\Leftarrow	$\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$	$c = 0$	
(4)	$a^2 = 5$	\Leftarrow	$a = \sqrt{5}$	$a = -\sqrt{5}$	
(5)	$a = \pm 3$	\Leftrightarrow	$a^2 = 9$		
(6)	$a = 3$ かつ $b = 1$	\Rightarrow	$(a - 3)(b - 1) = 0$		$a = 3$ かつ $b = 0$
(7)	$a^2 = b$	\Leftarrow	$a = \sqrt{b}$	$a = -\sqrt{b}$	
(8)	$a^3 = 1$	\Leftrightarrow	$a = 1$		

☆ (3) 0 で割ってはいけない. $\frac{1}{0}$ は不定形と言い, 値がとれない形である.

☆ (10) 「 $a^3 = 1$ 」 \Leftrightarrow 「 $a^3 - 1 = 0$ 」 \Leftrightarrow 「 $(a - 1)(a^2 + a + 1) = 0$ 」 … $a^2 + a + 1 = 0$ の解は虚数解.

2. a, b, c は全て実数とする. このとき例にならって空欄をうめよ. 必要十分性の欄には「 \Leftrightarrow 」「 \Rightarrow 」「 \Leftarrow 」「 \times 」のいずれかをうめること. ただし「 \times 」は必要性も十分性も言えないときに用いよ. また成立するときの反例は何も書かなくてよい.

(S 級 1 分 45 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分, C 級 4 分 30 秒)

	命題 p	必要十分性	命題 q	十分性「 \Rightarrow 」の反例	必要性「 \Leftarrow 」の反例
例 (1)	$a = b$	\Leftrightarrow	$a + 3 = b + 3$		
例 (2)	$a = 2$	\Rightarrow	$a^2 = 4$		$a = -2$
(1)	$a = b$	\Leftrightarrow	$a + c = b + c$		
(2)	$a = b$	\Leftrightarrow	$2a = a + b$		
(3)	$a = b$	\Rightarrow	$ac = bc$		$c = 0$
(4)	$a = \sqrt{b}$	\Rightarrow	$a^2 = b$		$a = -\sqrt{b}$
(5)	$a^2 = 5a$	\Leftrightarrow	$a = 0$ 又は $a = 5$		
(6)	$ab = 0$	\Leftarrow	$a = 0$ かつ $b = 0$	$a = 0$ かつ $b = 1$	
(7)	$a = 1$ 又は $b = 1$	\Leftrightarrow	$(a - 1)(b - 1) = 0$		
(8)	$a^2 = b^2$	\Leftarrow	$a = b$	$a = -b$	
(9)	$a^4 = b^2$	\Leftarrow	$a^2 = b$	$b = -a^2$	
(10)	$a^4 = 1$	\Leftarrow	$a = 1$	$a = -1$	

☆ (5) 「 $a^2 = 5a$ 」 \Leftrightarrow 「 $a^2 - 5a = 0$ 」 \Leftrightarrow 「 $a(a - 5) = 0$ 」 \Leftrightarrow 「 $a = 0, 5$ 」

☆ (9) 「 $a^4 = b^2$ 」 \Leftrightarrow 「 $b^2 = a^4$ 」 \Leftrightarrow 「 $b = \pm a^2$ 」

☆ (10) 「 $a^4 = 1$ 」 \Leftrightarrow 「 $a^4 - 1 = 0$ 」 \Leftrightarrow 「 $(a^2 + 1)(a + 1)(a - 1) = 0$ 」 $\cdots a^2 + 1 = 0$ の解は虚数解.