反射テスト　論理　必要十分条件と否定　01

1.　次の $\boxed{}$ に次のあてはまるものを選べ. ただし, 出てくる文字は特に書いてなければ, 全て実数とする.

⓪　必要十分条件である
①　必要条件であるが, 十分条件ではない
②　十分条件であるが, 必要条件ではない
③　必要条件でも十分条件でもない

（ S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分, B 級 4 分, C 級 5 分 ）

(1)　$\overline{p}$ は q であるための $\boxed{}$.
p「 $x^2+4x-12>0$ 」　　q「 $x \leqq 2$ 」

(2)　$\overline{p}$ は $\overline{q}$ であるための $\boxed{}$.
p「 $\sqrt{x}=2$ 」　　q「 $\sqrt{x^2}=4$ 」

(3)　$\overline{p \cap q}$ は $\overline{r}$ であるための $\boxed{}$.
p「 $m+n$ が奇数 」　　q「 mn が奇数 」　　r「 m が奇数 又は n が奇数 」
ただし, m, n ともに自然数

2. 次の $\boxed{}$ に次のあてはまるものを選べ. ただし, 出てくる文字は特に書いてなければ, 全て実数とする.

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが, 十分条件ではない

② 十分条件であるが, 必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

（ S 級 3 分, A 級 4 分, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

(1) p は $\overline{q}$ であるための $\boxed{}$.

p「 $x^2 \neq 16$ 」　　q「 $\sqrt{x^2} = 4$ 」

(2) $\overline{p}$ は $\overline{q}$ であるための $\boxed{}$.

p「 mn が 3 の倍数 」　　q「 m も n も 3 の倍数 」

ただし, m, n ともに自然数

(3) $\overline{p}$ は $\overline{q \cup r}$ であるための $\boxed{}$.

p「 M, N が辺の中点 」　　q「 $MN \mathbin{/\!/} BC$ 」　　r「 $MN = \frac{1}{2}BC$ 」

ただし, $\triangle ABC$ に対して辺 AB, AC 上に点 M, N を考えた場合.

反射テスト　論理　必要十分条件と否定　01　解答解説

1.　次の $\boxed{}$ に次のあてはまるものを選べ. ただし, 出てくる文字は特に書いてなければ, 全て実数とする.

⓪　必要十分条件である
①　必要条件であるが, 十分条件ではない
②　十分条件であるが, 必要条件ではない
③　必要条件でも十分条件でもない

（ S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分, B 級 4 分, C 級 5 分 ）

★ 否定
条件 p に対して,「 p ではない 」という条件を「 p の否定 」といい, $\overline{p}$ で表す.

★ 必要条件と十分条件　「 十分 ⇒ 必要 」
$A \Rightarrow B$　（ A ならば B である ）とき,
　A は, B であるための, **十分** 条件である.
　B は, A であるための, **必要** 条件である.
$A \Leftrightarrow B$　（ $A \Rightarrow B$ かつ $B \Rightarrow A$ ）であるとき,
　A は B であるための, 必要十分条件である.（ B は A の必要十分条件ともいえる ）

主語 に注意して,**「 十分 ⇒ 必要 」**の形で覚えるとよい.

(1)　$\overline{p}$ は q であるための $\boxed{}$.
p「 $x^2+4x-12>0$ 」　　　q「 $x \leqq 2$ 」

$\overline{p}$「 $x^2+4x-12 \leqq 0$ 」　⇔　「 $(x+6)(x-2) \leqq 0$ 」　⇔　「 $-6 \leqq x \leqq 2$ 」
q「 $x \leqq 2$ 」
$\overline{p} \Rightarrow q$　$\therefore$ $\overline{p}$ は十分条件　②　**…答え**

(2)　$\overline{p}$ は $\overline{q}$ であるための $\boxed{}$.
p「 $\sqrt{x}=2$ 」　　　q「 $\sqrt{x^2}=4$ 」

★ 対偶 について考える.
p　⇔　「 $x=4$ 」
q　⇔　「 $|x|=4$ 」　⇔　「 $x=-4$ 」又は「 $x=4$ 」
「 $p \Rightarrow q$ 」は真　　　「 $q \Rightarrow p$ 」は偽
対偶から　$\overline{q} \Rightarrow \overline{p}$　　$\therefore$ $\overline{p}$ は必要条件　①　**…答え**

(3)　$\overline{p \cap q}$ は $\overline{r}$ であるための $\boxed{}$.
p「 $m+n$ が奇数 」　　q「 mn が奇数 」　　r「 m が奇数 又は n が奇数 」
ただし, m, n ともに自然数

$\overline{p \cap q}$　⇔　$\overline{p} \cup \overline{q}$　⇔　「 $m+n$ が偶数 」又は「 mn が偶数 」
　⇔　「 $(m,n)=$(偶, 偶)or(奇, 奇) 」又は「 $(m,n)=$(偶, 奇)or(奇, 偶)or(偶, 偶) 」　⇔　あらゆる場合
$\overline{r}$　⇔　「 m が偶数 」かつ「 n が偶数 」
$\overline{r}$　⇒　$\overline{p \cap q}$　　$\therefore$ $\overline{p \cap q}$ は必要条件　①　**…答え**

2. 次の $\boxed{}$ に次のあてはまるものを選べ．ただし，出てくる文字は特に書いてなければ，全て実数とする．

⓪ 必要十分条件である

① 必要条件であるが，十分条件ではない

② 十分条件であるが，必要条件ではない

③ 必要条件でも十分条件でもない

（ S 級 3 分，A 級 4 分，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

(1) p は $\overline{q}$ であるための $\boxed{}$ ．

p「 $x^2 \neq 16$ 」　　q「 $\sqrt{x^2} = 4$ 」

$p \;\Leftrightarrow\;$「 $x \neq \pm 4$ 」　（$\Leftrightarrow$「 $x \neq 4$ 」かつ「 $x \neq -4$ 」）

$\overline{q} \;\Leftrightarrow\;$「 $|x| = 4$ 」の否定　$\Leftrightarrow$　「 $x \neq \pm 4$ 」

$p \;\Leftrightarrow\; \overline{q}$　　$\therefore p$ は必要十分条件　⓪　**…答え**

(2) $\overline{p}$ は $\overline{q}$ であるための $\boxed{}$ ．

p「 mn が 3 の倍数 」　　q「 m も n も 3 の倍数 」

ただし，m, n ともに自然数

$p \;\Leftrightarrow\;$「 m が 3 の倍数 」又は「 n が 3 の倍数 」

$\overline{p} \;\Leftrightarrow\;$「 m は 3 の倍数ではない 」かつ「 n は 3 の倍数ではない 」

$\overline{q} \;\Leftrightarrow\;$「 m は 3 の倍数ではない 」又は「 n は 3 の倍数ではない 」

$\overline{p} \;\Rightarrow\; \overline{q}$　$\therefore p$ は十分条件　②　**…答え**

(3) $\overline{p}$ は $\overline{q \cup r}$ であるための $\boxed{}$ ．

p「 M，N が辺の中点 」　　q「 $MN \,/\!/\, BC$ 」　　r「 $MN = \frac{1}{2}BC$ 」

ただし，$\triangle ABC$ に対して辺 AB, AC 上に点 M, N を考えた場合．

★ **対偶** について考える．

中点連結定理から，　$p \;\Leftrightarrow\; q \cap r$

対偶も成立するので，　$\overline{p} \;\Leftrightarrow\; \overline{q \cap r}$

また　$q \cap r \;\Rightarrow\; q \cup r$　（ $\because$ ベン図のイメージ．「$\Leftrightarrow$」ではないことも注意．逆は偽．）

この対偶を考えて，　$\overline{q \cup r} \;\Rightarrow\; \overline{q \cap r}$

$\therefore\; \overline{q \cup r} \Rightarrow \overline{p}$　　$\therefore \overline{p}$ は必要条件　①　**…答え**