

## 反射テスト 論理 必要十分条件 01

1. 次の  に次のあてはまるものを選び。ただし、出てくる文字は特に書いてなければ、全て実数とする。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが、必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

( S 級 50 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 30 秒 )

(1)  $A \text{ 「 } ab = 1 \text{ 」}$  は,  $B \text{ 「 } a = b = 1 \text{ 」}$  であるための .

(2)  $A \text{ 「 } x = 2 \text{ 」}$  は,  $B \text{ 「 } x^2 = 4 \text{ 」}$  のための .

(3)  $A \text{ 「 } |x| = 3 \text{ 」}$  は,  $B \text{ 「 } x = \pm 3 \text{ 」}$  のための .

(4)  $A \text{ 「 } x^2 + x - 2 = 0 \text{ 」}$  は,  $B \text{ 「 } x = 2 \text{ 」}$  であるための .

(5)  $A \text{ 「 } ax^2 = 0 \text{ 」}$  は,  $B \text{ 「 } x = 0 \text{ 」}$  であるための .

2. 次の  に次のあてはまるものを選び. ただし, 出てくる文字は特に書いてなければ, 全て実数とする.
- ① 必要十分条件である
  - ② 必要条件であるが, 十分条件ではない
  - ③ 十分条件であるが, 必要条件ではない
  - ④ 必要条件でも十分条件でもない

( S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 30 秒 )

(1) 自然数  $m, n$  について,  $A$  「  $m + n$  が奇数 」 は,  $B$  「  $mn$  が奇数 」 であるための .

(2)  $A$  「  $x > 1$  」 は,  $B$  「  $|x| > 1$  」 のための .

(3)  $A$  「  $(a - b)(b - c) = 0$  」 は,  $B$  「  $a = b = c$  」 であるための .

(4)  $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$  であることは,  $\triangle ABC$  の  $\triangle PQR$  であるための .

(5)  $A$  「  $x^2 > y^2$  」 は,  $B$  「  $x^4 > y^4$  」 のための .

# 反射テスト 論理 必要十分条件 01 解答解説

1. 次の  に次のあてはまるものを選び、ただし、出てくる文字は特に書いてなければ、全て実数とする。
- ① 必要十分条件である
  - ② 必要条件であるが、十分条件ではない
  - ③ 十分条件であるが、必要条件ではない
  - ④ 必要条件でも十分条件でもない

(S級 50秒, A級 1分30秒, B級 2分20秒, C級 3分30秒)

## ★ 必要条件と十分条件 「十分 ⇒ 必要」

$A \Rightarrow B$  (AならばBである) とき,

Aは、Bであるための、**十分**条件である。

Bは、Aであるための、**必要**条件である。

$A \Leftrightarrow B$  ( $A \Rightarrow B$  かつ  $B \Rightarrow A$ ) であるとき,

AはBであるための、必要十分条件である。(BはAの必要十分条件ともいえる)

**主語** に注意して、「**十分 ⇒ 必要**」の形で覚えるとよい。

- (1) A「 $ab = 1$ 」は、B「 $a = b = 1$ 」であるための .

$$A \text{「} ab = 1 \text{」} \Rightarrow B \text{「} a = b = 1 \text{」} \quad \text{偽 (反例は } a = 2, b = \frac{1}{2} \text{)}$$

$$B \text{「} a = b = 1 \text{」} \Rightarrow ab = 1 \times 1 = 1 \quad \text{よって, 真}$$

$A \Rightarrow B$  は偽で、 $B \Rightarrow A$  は真であるから、AはBの必要条件である。 ① …答え

- (2) A「 $x = 2$ 」は、B「 $x^2 = 4$ 」のための .

$$A \text{「} x = 2 \text{」} \Rightarrow x^2 = 2^2 = 4 \text{ (代入)} \quad \text{よって, 真}$$

$$B \text{「} x^2 = 4 \text{」} \Rightarrow x = \pm 2 \quad \text{よって, 偽 (反例は } x = -2 \text{)}$$

$A \Rightarrow B$  は真で、 $B \Rightarrow A$  は偽であるから、AはBの十分条件である。 ② …答え

- (3) A「 $|x| = 3$ 」は、B「 $x = \pm 3$ 」のための .

$$A \text{「} |x| = 3 \text{」} \Rightarrow x = \pm 3 \text{ (解けばよい)} \quad \text{よって, 真}$$

$$B \text{「} x = \pm 3 \text{」} \Rightarrow |x| = |\pm 3| = 3 \quad \text{よって, 真}$$

よって、 $A \Leftrightarrow B$  であるから、AはBの必要十分条件である。 ③ …答え

- (4) A「 $x^2 + x - 2 = 0$ 」は、B「 $x = 2$ 」であるための .

$$A \text{「} x^2 + x - 2 = 0 \text{」} \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2, 1 \quad \text{よって, 偽}$$

$$B \text{「} x = 2 \text{」} \Rightarrow x^2 + x - 2 = 2^2 + 2 - 2 = 4 \quad \text{よって, 偽}$$

よって、どちらも偽であるから、AはBの必要条件でも十分条件でもない。 ④ …答え

- (5) A「 $ax^2 = 0$ 」は、B「 $x = 0$ 」であるための .

$$A \text{「} ax^2 = 0 \text{」} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ のとき, } x \text{ は全ての実数} \\ a \neq 0 \text{ のとき, } x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases} \quad \text{よって, 偽}$$

$$B \text{「} x = 0 \text{」} \Rightarrow ax^2 = a \times 0^2 = 0 \quad \text{よって, 真}$$

よって、 $B \Rightarrow A$  であるから、AはBの必要条件である。 ① …答え

2. 次の  に次のあてはまるものを選び。ただし、出てくる文字は特に書いてなければ、全て実数とする。

- ④ 必要十分条件である
- ① 必要条件であるが、十分条件ではない
- ② 十分条件であるが、必要条件ではない
- ③ 必要条件でも十分条件でもない

( S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 30 秒 )

(1) 自然数  $m, n$  について,  $A$  「  $m + n$  が奇数 」 は,  $B$  「  $mn$  が奇数 」 であるための .

$$\begin{aligned} A \text{ 「 } m + n \text{ が奇数 } \Rightarrow & \begin{cases} m \text{ が奇数, } n \text{ が偶数} \Rightarrow mn \text{ は偶数} \\ m \text{ が偶数, } n \text{ が奇数} \Rightarrow mn \text{ は偶数} \end{cases} \text{ よって, 偽} \\ B \text{ 「 } mn \text{ が奇数 } \Rightarrow & m, n \text{ 両方とも奇数} \Rightarrow m + n \text{ は偶数} \text{ よって, 偽} \end{aligned}$$

よって, どちらも偽であるから,  $A$  は  $B$  の必要条件でも十分条件でもない. ③ …答え

(2)  $A$  「  $x > 1$  」 は,  $B$  「  $|x| > 1$  」 のための .

$$A \text{ 「 } x > 1 \text{ 」} \Rightarrow |x| > 1$$

これは,  $x$  が 1 より大きければ,  $|x|$  も 1 より大きいので, 真

$$B \text{ 「 } |x| > 1 \text{ 」} \Rightarrow x < -1, x > 1$$

ということは  $x = -2$  のときは  $B$  は満たすが,  $A$  は満たさない. よって, 偽

$A \Rightarrow B$  は真で,  $B \Rightarrow A$  は偽であるから,  $A$  は  $B$  の十分条件である. ② …答え

(3)  $A$  「  $(a - b)(b - c) = 0$  」 は,  $B$  「  $a = b = c$  」 であるための .

$$A \text{ 「 } (a - b)(b - c) = 0 \text{ 」} \Rightarrow a = b \text{ または } b = c$$

$a = b \neq c$  のときは,  $A$  は満たすが,  $B$  は満たさない. よって, 偽

$$B \text{ 「 } a = b = c \text{ 」} \Rightarrow a - b = 0, b - c = 0 \Rightarrow (a - b)(b - c) = 0 \times 0 = 0$$

よって, 真

$A \Rightarrow B$  は偽で,  $B \Rightarrow A$  は真であるから,  $A$  は  $B$  の必要条件である. ① …答え

(4)  $\triangle ABC \equiv \triangle PQR$  であることは,  $\triangle ABC \sim \triangle PQR$  であるための .

$$\triangle ABC \equiv \triangle PQR \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle PQR \text{ よって, 真}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle PQR \Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle PQR \text{ これは相似比 } 2 : 1 \text{ の場合もあるから, 偽}$$

「  $\Rightarrow$  」 は真で, 「  $\Leftarrow$  」 は偽であるから, 十分条件である. ② …答え

(5)  $A$  「  $x^2 > y^2$  」 は,  $B$  「  $x^4 > y^4$  」 のための .

$$A \text{ 「 } x^2 > y^2 \text{ 」} \Rightarrow x^2 > y^2 \geq 0 \Rightarrow \text{二乗して, } x^4 > y^4 \text{ よって, 真}$$

$$B \text{ 「 } x^4 > y^4 \text{ 」} \Rightarrow x^4 - y^4 > 0 \Rightarrow (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) > 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 > 0 \text{ であるから, } x^2 - y^2 > 0 \Rightarrow x^2 > y^2 \text{ よって, 真}$$

よって,  $A \Leftrightarrow B$  であるから,  $A$  は  $B$  の必要十分条件である. ④ …答え