反射テスト　平方根　分母の有理化　01

1.　次の式を計算せよ. ただし分母は有理化すること. (S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 20 秒)

(1)　$\dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{1}{\sqrt{8}} - \dfrac{1}{\sqrt{72}}$

(2)　$\dfrac{12}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

(3)　$\dfrac{1}{3 + \sqrt{8}} - \dfrac{1}{3 - \sqrt{8}}$

(4)　$\dfrac{1}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$

2. 次の式を計算せよ. ただし分母は有理化すること. (S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 40 秒)

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{27}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{108}}$

(2) $\dfrac{12}{\sqrt{13}+\sqrt{10}}$

(3) $\dfrac{1}{5+\sqrt{24}}+\dfrac{1}{5-\sqrt{24}}$

(4) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

反射テスト　平方根　分母の有理化　01　解答解説

1.　次の式を計算せよ．ただし分母は有理化すること．(S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 20 秒)

★ 分母の有理化

① **分母が単項式**　$\dfrac{\boldsymbol{k}}{\sqrt{\boldsymbol{a}}}=\dfrac{k\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\dfrac{\boldsymbol{k\sqrt{a}}}{\boldsymbol{a}}$

② **分母が多項式**　$\dfrac{\boldsymbol{k}}{\sqrt{\boldsymbol{a}}+\sqrt{\boldsymbol{b}}}=\dfrac{k\times(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\times(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\dfrac{\boldsymbol{k(\sqrt{a}-\sqrt{b})}}{\boldsymbol{a-b}}$

(1)　$\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{8}}-\dfrac{1}{\sqrt{72}}$

$=\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}-\dfrac{1}{6\sqrt{2}}$

$=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\dfrac{1\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\dfrac{1\times\sqrt{2}}{6\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{4}-\dfrac{\sqrt{2}}{12}$

$=\dfrac{6\sqrt{2}-3\sqrt{2}-\sqrt{2}}{12}=\dfrac{2\sqrt{2}}{12}=\dfrac{\boldsymbol{\sqrt{2}}}{\boldsymbol{6}}$

☆ポイント
$\sqrt{}$ の中を簡単にしてから，有理化する．

(2)　$\dfrac{12}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

$=\dfrac{12\times(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})\times(\sqrt{7}+\sqrt{5})}$

$=\dfrac{12(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{\sqrt{7}^2-\sqrt{5}^2}$

$=\dfrac{12(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{7-5}$

$=\dfrac{12(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{2}$

$=6(\sqrt{7}+\sqrt{5})$

$=\boldsymbol{6\sqrt{7}+6\sqrt{5}}$

(3)　$\dfrac{1}{3+\sqrt{8}}-\dfrac{1}{3-\sqrt{8}}$

$=\dfrac{1\times(3-\sqrt{8})}{(3+\sqrt{8})\times(3-\sqrt{8})}-\dfrac{1\times(3+\sqrt{8})}{(3-\sqrt{8})\times(3+\sqrt{8})}$

$=\dfrac{3-\sqrt{8}}{3^2-\sqrt{8}^2}-\dfrac{3+\sqrt{8}}{3^2-\sqrt{8}^2}$

$=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{9-8}-\dfrac{3+2\sqrt{2}}{9-8}$

$=3-2\sqrt{2}-(3+2\sqrt{2})$

$=3-2\sqrt{2}-3-2\sqrt{2}$

$=\boldsymbol{-4\sqrt{2}}$

(4)　$\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$1+\sqrt{2}=A$ とおいて変形すると，
与式

$=\dfrac{1}{A+\sqrt{3}}=\dfrac{1\times(A-\sqrt{3})}{(A+\sqrt{3})\times(A-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{A-\sqrt{3}}{A^2-\sqrt{3}^2}=\dfrac{A-\sqrt{3}}{A^2-3}$

$A^2=(1+\sqrt{2})^2=1^2+2\sqrt{2}+\sqrt{2}^2=3+2\sqrt{2}$ より，
与式

$=\dfrac{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}}{(3+2\sqrt{2})-3}=\dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\boldsymbol{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}}{\boldsymbol{4}}$

☆ポイント
3 つ以上の項が分母にある場合は，
複数回に分けて有理化する．
そのさい，計算が楽になるように
最初の有理化の仕方を工夫する．

2. 次の式を計算せよ．ただし分母は有理化すること．(S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 40 秒)

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{27}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{108}}$

$=\dfrac{1}{3\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{6\sqrt{3}}$

$=\dfrac{1\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\dfrac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\dfrac{1\times\sqrt{3}}{6\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{9}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{18}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}-6\sqrt{3}+\sqrt{3}}{18}$

$=-\dfrac{3\sqrt{3}}{18}$

$=\boldsymbol{-\dfrac{\sqrt{3}}{6}}$

(2) $\dfrac{12}{\sqrt{13}+\sqrt{10}}$

$=\dfrac{12\times(\sqrt{13}-\sqrt{10})}{(\sqrt{13}+\sqrt{10})\times(\sqrt{13}-\sqrt{10})}$

$=\dfrac{12(\sqrt{13}-\sqrt{10})}{\sqrt{13}^2-\sqrt{10}^2}$

$=\dfrac{12(\sqrt{13}-\sqrt{10})}{13-10}$

$=\dfrac{12(\sqrt{13}-\sqrt{10})}{3}$

$=4(\sqrt{13}-\sqrt{10})$

$=\boldsymbol{4\sqrt{13}-4\sqrt{10}}$

(3) $\dfrac{1}{5+\sqrt{24}}+\dfrac{1}{5-\sqrt{24}}$

$=\dfrac{1\times(5-\sqrt{24})}{(5+\sqrt{24})\times(5-\sqrt{24})}+\dfrac{1\times(5+\sqrt{24})}{(5-\sqrt{24})\times(5+\sqrt{24})}$

$=\dfrac{5-\sqrt{24}}{5^2-\sqrt{24}^2}+\dfrac{5+\sqrt{24}}{5^2-\sqrt{24}^2}$

$=\dfrac{5-2\sqrt{6}}{25-24}+\dfrac{5+2\sqrt{6}}{25-24}$

$=5-2\sqrt{6}+(5+2\sqrt{6})$

$=5-2\sqrt{6}+5+2\sqrt{6}$

$=\mathbf{10}$

(4) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$

$\sqrt{2}+\sqrt{3}=A$ とおいて変形すると,

与式

$=\dfrac{1}{A-\sqrt{5}}=\dfrac{1\times(A+\sqrt{5})}{(A-\sqrt{5})\times(A+\sqrt{5})}$

$=\dfrac{A+\sqrt{5}}{A^2-\sqrt{5}^2}=\dfrac{A+\sqrt{5}}{A^2-5}$

$A^2=(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$

$=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}$ より,

与式

$=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}}{(5+2\sqrt{6})-5}$

$=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2\sqrt{6}}$

$=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\dfrac{\sqrt{12}+\sqrt{18}+\sqrt{30}}{12}$

$=\boldsymbol{\dfrac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{30}}{12}}$