

反射テスト 平方根と絶対値 01

1. 次の式を簡単にせよ. 必要ならば場合分けすること. (S級1分50秒, A級3分, B級5分, C級7分)

(1) $\sqrt{(3-\pi)^2}$

(2) $\sqrt{a^2+4a+4}$

(3) $\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}-1\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}-1\right)^2}$

(4) $\sqrt{a^2} - \sqrt{a^2-2a+1}$

2. 次の式を簡単にせよ. 必要ならば場合分けすること. (S級 2分10秒, A級 3分30秒, B級 6分, C級 9分)

(1) $\sqrt{(3^2 - \pi^2)^2}$

(2) $\sqrt{36 - 12a + a^2}$

(3) $\sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} - 2\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{2-\sqrt{5}}{2}\right)^2}$

(4) $\sqrt{4(2-a)^2} - \sqrt{4a^2 - 4a + 1}$

反射テスト 平方根と絶対値 01 解答解説

1. 次の式を簡単にせよ. 必要ならば場合分けすること. (S級1分50秒, A級3分, B級5分, C級7分)

★平方根と絶対値

$$\sqrt{A^2} = |A|$$

☆比較 $(\sqrt{A})^2 = A$ 上の式との違いに注意.

$$(1) \quad \sqrt{(3-\pi)^2}$$

$$= |3-\pi|$$

$$= \pi - 3$$

$$(2) \quad \sqrt{a^2 + 4a + 4}$$

$$= \sqrt{(a+2)^2}$$

$$= |a+2|$$

$$= \begin{cases} -a-2 & (a \leq -2) \\ a+2 & (-2 \leq a) \end{cases}$$

☆場合分け時の等号

$a \leq -2$ と $-2 < a$ (もしくは $a < -2$ と $-2 \leq a$) で場合分けしてもよい. 個人的には答えの形が厳密だと思う. どちらの表記もセンター試験で過去に使われたことがある. 気になるならば, $a < -2$ と $a = -2$ と $-2 < a$ の3つで場合分けしてもよい.

$$(3) \quad \sqrt{\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2} - 1\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2} - 1\right)^2}$$

$$= \left| \frac{1+\sqrt{3}}{2} - 1 \right| + \left| \frac{1-\sqrt{3}}{2} - 1 \right|$$

$$= \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2} - 1 \right) - \left(\frac{1-\sqrt{3}}{2} - 1 \right)$$

$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2} - 1 - \frac{1-\sqrt{3}}{2} + 1$$

$$= \sqrt{3}$$

$$(4) \quad \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2 - 2a + 1}$$

$$= \sqrt{a^2} - \sqrt{(a-1)^2}$$

$$= |a| - |a-1|$$

$$= \begin{cases} -a + (a-1) & (a \leq 0) \\ a + (a-1) & (0 \leq a \leq 1) \\ a - (a-1) & (1 \leq a) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -1 & (a \leq 0) \\ 2a - 1 & (0 \leq a \leq 1) \\ 1 & (1 \leq a) \end{cases}$$

2. 次の式を簡単にせよ. 必要ならば場合分けすること. (S級2分10秒, A級3分30秒, B級6分, C級9分)

$$(1) \quad \sqrt{(3^2 - \pi^2)^2}$$

$$= |9 - \pi^2|$$

$$= \pi^2 - 9$$

$$(2) \quad \sqrt{36 - 12a + a^2}$$

$$= \sqrt{(a - 6)^2}$$

$$= |a - 6|$$

$$= \begin{cases} -a + 6 & (a \leq 6) \\ a - 6 & (6 \leq a) \end{cases}$$

$$(3) \quad \sqrt{\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} - 2\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{2 - \sqrt{5}}{2}\right)^2}$$

$$= \left| \frac{1 + \sqrt{5}}{2} - 2 \right| + \left| \frac{2 - \sqrt{5}}{2} \right|$$

$$= -\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} - 2\right) - \left(\frac{2 - \sqrt{5}}{2}\right)$$

$$= -\frac{1 + \sqrt{5}}{2} + 2 - \frac{2 - \sqrt{5}}{2}$$

$$= \frac{-1 - \sqrt{5} + 4 - 2 + \sqrt{5}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$(4) \quad \sqrt{4(2 - a)^2} - \sqrt{4a^2 - 4a + 1}$$

$$= 2\sqrt{(2 - a)^2} - \sqrt{(2a - 1)^2}$$

$$= 2|2 - a| - |2a - 1|$$

$$= \begin{cases} 2(2 - a) + 2a - 1 & \left(a \leq \frac{1}{2}\right) \\ 2(2 - a) - (2a - 1) & \left(\frac{1}{2} \leq a \leq 2\right) \\ -2(2 - a) - (2a - 1) & (2 \leq a) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3 & \left(a \leq \frac{1}{2}\right) \\ -4a + 5 & \left(\frac{1}{2} \leq a \leq 2\right) \\ -3 & (2 \leq a) \end{cases}$$