

## 反射テスト 不等式 無理数不等式 03

1. 実数  $x$  について次の不等式を解け。(S級 2分30秒, A級 4分, B級 6分, C級 9分)

(1)  $\frac{x+2}{3} \geq \sqrt{x}$

(2)  $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} < 2$

2. 実数  $x$  について次の不等式を解け. (  $S$  級 3 分,  $A$  級 5 分,  $B$  級 7 分,  $C$  級 10 分 )

(1)  $\frac{x+4}{4} > \sqrt{x}$

(2)  $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x} > 2$

## 反射テスト 不等式 無理数不等式 03 解答解説

1. 実数  $x$  について次の不等式を解け。(S級 2分30秒, A級 4分, B級 6分, C級 9分)

### ★無理数不等式

最初に注意すべきことが2つある.

1つは  $\sqrt{\quad}$  自体が必ず0以上の実数であるということ. もう1つは  $\sqrt{\quad}$  内が0以上の実数であること.

①  $\sqrt{\quad}$  自体が必ず0以上  $\Rightarrow$  不等式の形をみて, 必要な不等式を作る.

②  $\sqrt{\quad}$  内が0以上の実数  $\Rightarrow$  そうでなければ虚数となり, 不等号で比べることができない.(★虚数に大小はない.)

この2点に気を付けながら, **両辺が0以上のとき, 両辺を2乗して  $\sqrt{\quad}$  を処理する.**

$$(1) \quad \frac{x+2}{3} \geq \sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow x+2 \geq 3\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } x+2 \geq 0 \text{ かつ } (x+2)^2 \geq 9x$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } x \geq -2 \text{ かつ } x^2 + 4x + 4 \geq 9x$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } x^2 - 5x + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } (x-1)(x-4) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } 「x \leq 1 \text{ 又は } 4 \leq x」$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1 \text{ 又は } 4 \leq x \quad \cdots \text{答え}$$

$$(2) \quad \sqrt{x} + \sqrt{x+1} < 2$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } x+1 \geq 0 \text{ かつ } (\sqrt{x} + \sqrt{x+1})^2 < 4$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } x \geq -1 \text{ かつ } x + 2\sqrt{x(x+1)} + x + 1 < 4$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } 2\sqrt{x(x+1)} < 3 - 2x$$

$$x \geq 0 \text{ のとき, } 2\sqrt{x(x+1)} \geq 0 \text{ なので, } 3 - 2x \geq 0$$

$$x \geq 0 \text{ かつ } 3 - 2x \geq 0 \text{ かつ } 4x(x+1) < (3 - 2x)^2$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } x \leq \frac{3}{2} \text{ かつ } 16x < 9$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{9}{16} \quad \cdots \text{答え}$$

2. 実数  $x$  について次の不等式を解け。(S 級 3 分, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分)

$$(1) \quad \frac{x+4}{4} > \sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow x+4 > 4\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } x+4 > 0 \text{ かつ } (x+4)^2 > 16x$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } x > -4 \text{ かつ } x^2 + 8x + 16 > 16x$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } (x-4)^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ 「 } x < 4 \text{ 又は } 4 < x \text{ 」}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x < 4 \text{ 又は } 4 < x \quad \cdots\text{答え}$$

$$(2) \quad \sqrt{2x+1} - \sqrt{x} > 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x+1} > \sqrt{x} + 2 \quad \leftarrow \star \text{ 移項によって正の項の和の形にすると考えやすい.}$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 \geq 0 \text{ かつ } x \geq 0 \text{ かつ } (\sqrt{2x+1})^2 > (\sqrt{x} + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2} \text{ かつ } x \geq 0 \text{ かつ } 2x+1 > x+4\sqrt{x}+4$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } x-3 > 4\sqrt{x}$$

$$x \geq 0 \text{ のとき, } 4\sqrt{x} \geq 0 \text{ なので, } x-3 > 0$$

$$x \geq 0 \text{ かつ } x-3 > 0 \text{ かつ } (x-3)^2 > 16x$$

$$\Leftrightarrow x \geq 0 \text{ かつ } x > 3 \text{ かつ } x^2 - 22x + 9 > 0$$

$$\Leftrightarrow x > 3 \text{ かつ 「 } x < 11 - 4\sqrt{7} \text{ 又は } 11 + 4\sqrt{7} < x \text{ 」}$$

$$\Leftrightarrow 11 + 4\sqrt{7} < x \quad \cdots\text{答え}$$