

反射テスト 場合の数・確率 サイコロと一般化 01

1. n 回サイコロを投げた場合、次の確率を n を用いて表せ。(S 級 50 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1) 常に奇数が出る確率

(2) 常に 1 が出る確率

(3) 1 が出ない確率

(4) 少なくとも 1 が 1 回は出る確率

(5) 1 が 1 回だけ出る確率

(6) 少なくとも 1 が 2 回は出る確率

2. n 回サイコロを投げた場合, 次の確率を n を用いて表せ. (S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 4 分, C 級 7 分)

(1) 常に偶数が出る確率

(2) 常に 1 か 2 が出る確率

(3) 1 も 2 も出ない確率

(4) 少なくとも偶数が 1 回は出る確率

(5) 2 以下が 1 回だけ出る確率

(6) 少なくとも 2 以下が 2 回は出る確率

反射テスト 場合の数・確率 サイコロと一般化 01 解答解説

1. n 回サイコロを投げた場合、次の確率を n を用いて表せ。(S級 50秒, A級 1分30秒, B級 3分, C級 5分)

(1) 常に奇数が出る確率

サイコロを1回投げて奇数が出る確率は

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

よって, $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ …答え

(2) 常に1が出る確率

サイコロを1回投げて1が出る確率は

$$\frac{1}{6}$$

よって, $\left(\frac{1}{6}\right)^n$ …答え

(3) 1が出ない確率

(1が出ない確率) = (常に2~6が出る確率)

サイコロを1回投げて, 2, 3, 4, 5, 6が出る確率は

$$\frac{5}{6}$$

よって, $\left(\frac{5}{6}\right)^n$ …答え

(4) 少なくとも1が1回は出る確率

1(3)の余事象であるから,

$$1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \quad \dots \text{答え}$$

(5) 1が1回だけ出る確率

★反復試行

1が1回だけ出る確率

= 1が1回, 1以外が $(n-1)$ 回出る確率

$$= {}_n C_1 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^1 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$$

$$= \frac{n \cdot 5^{n-1}}{6^n} \quad \dots \text{答え}$$

(6) 少なくとも1が2回は出る確率

$$1 \text{ が } 0 \text{ 回出る確率は } \left(\frac{5}{6}\right)^n = \frac{5^n}{6^n}$$

$$1 \text{ が } 1 \text{ 回だけ出る確率は } = \frac{n \cdot 5^{n-1}}{6^n}$$

これらの余事象だから

$$1 - \frac{5^n}{6^n} - \frac{n \cdot 5^{n-1}}{6^n}$$

$$= 1 - \frac{5^n + n \cdot 5^{n-1}}{6^n} \quad \dots \text{答え}$$

2. n 回サイコロを投げた場合、次の確率を n を用いて表せ. (S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 4 分, C 級 7 分)

(1) 常に偶数が出る確率

サイコロを 1 回投げて偶数が出る確率は
 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

よって, $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ …答え

(2) 常に 1 か 2 が出る確率

サイコロを 1 回投げて 1 か 2 が出る確率は
 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

よって, $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ …答え

(3) 1 も 2 も出ない確率

(1 も 2 も出ない確率) = (常に 3~6 が出る確率)

サイコロを 1 回投げて, 3, 4, 5, 6 が出る確率は
 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

よって, $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ …答え

(4) 少なくとも偶数が 1 回は出る確率

2(1) の余事象であるから,

$$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \dots\text{答え}$$

(5) 2 以下が 1 回だけ出る確率

★反復試行

1 か 2 が 1 回だけ出る確率

= 1 か 2 が 1 回, それ以外が $(n-1)$ 回出る確率

$$= {}_n C_1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$= \frac{n \cdot 2^{n-1}}{3^n} \quad \dots\text{答え}$$

(6) 少なくとも 2 以下が 2 回は出る確率

$$1 \text{ か } 2 \text{ が } 0 \text{ 回出る確率は } \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{2^n}{3^n}$$

$$1 \text{ か } 2 \text{ が } 1 \text{ 回だけ出る確率は } = \frac{n \cdot 2^{n-1}}{3^n}$$

これらの余事象だから

$$1 - \frac{2^n}{3^n} - \frac{n \cdot 2^{n-1}}{3^n}$$

$$= 1 - \frac{2^n + n \cdot 2^{n-1}}{3^n} \quad \dots\text{答え}$$