

反射テスト 場合の数・確率 条件付き確率 01

1. 赤玉 2 個, 白玉 3 個が入っている袋から, 玉を戻さずに 1 個ずつ連続で引いていく. 次の確率を求めよ.

(S 級 45 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

(1) 1 回目が赤玉.

(2) 1 回目が赤玉であり, 2 回目も赤.

(3) 1 回目が赤玉であるとき, 2 回目が赤玉.

(4) 1 回目, 2 回目が白玉であるとき, 3 回目が赤玉.

2. 赤玉 3 個, 青玉 4 個が入っている袋から, 玉を戻さずに 1 個ずつ連続で引いていく. 次の確率を求めよ.
(S 級 45 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

(1) 1 回目が赤玉.

(2) 1 回目が赤玉であり, 2 回目も赤.

(3) 1 回目が赤玉であるとき, 2 回目が赤玉.

(4) 1 回目, 2 回目が青玉であるとき, 3 回目が赤玉.

反射テスト 場合の数・確率 条件付き確率 01 解答解説

1. 赤玉 2 個, 白玉 3 個が入っている袋から, 玉を戻さずに 1 個ずつ連続で引いていく. 次の確率を求めよ.
(S 級 45 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

★ 条件付き確率

事象 A が起こったときに事象 B が起こる確率 $P_A(B)$ は,

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \Leftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(A) P_A(B) \quad (\text{確率の乗法定理})$$

- (1) 1 回目が赤玉.

$$\frac{2}{5}$$

- (2) 1 回目が赤玉であり, 2 回目も赤.

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

- (3) 1 回目が赤玉であるとき, 2 回目が赤玉.

★ 条件付き確率 $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

事象 A を「1 回目が赤」,

事象 B を「2 回目が赤」と考えれば,

(1) が $P(A)$, (2) が $P(A \cap B)$ である.

$$\frac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{4} \quad \dots \text{答え}$$

☆問の表現に気をつけよう.

「～であるとき, ～である確率」という

ような表現があれば **条件付き確率** と考える.

☆別解 1

赤玉が 1 個で出たので, 袋の残りは赤 1 白 3.

よって, ここから赤を引く確率を考えると, $\frac{1}{4}$

$P(A)$, $P_A(B)$ を求めた式 $P_A(B) = \frac{\frac{2}{5} \times \frac{1}{4}}{\frac{2}{5}}$

で, 分数 $\frac{2}{5}$ を約分したものという理解も可能.

☆別解 2 ★ 条件付き確率は表で「内わる外」

1 回目 \ 2 回目	赤	白	計
赤	$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$	$\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{20}$	$\frac{2}{5}$
白	$\frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$	$\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$	$\frac{3}{5}$
計	$\frac{5}{20}$	$\frac{15}{20}$	1

表中の「 $\frac{2}{20} \div \frac{2}{5}$ 」が (3) の答え.

たいていの場合, 表の「中」の数を「外」の数で割ればよい.

★ 条件付き確率

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

事象 A を「1, 2 回目ともに白」,

事象 B を「3 回目が赤」と考えれば,

$$P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{5}$$

★ 条件付き確率

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{1}{5}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3} \quad \dots \text{答え}$$

☆別解

白玉が 2 個で出たので, 袋の残りは赤 2 白 1.

よって, ここから赤を引く確率を考えると, $\frac{2}{3}$

$P(A)$, $P_A(B)$ を求めた式から,

$$P_A(B) = \frac{\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3}}{\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}}$$

この式の, 分数 $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{4}$ を約分したもの.

2. 赤玉 3 個, 青玉 4 個が入っている袋から, 玉を戻さずに 1 個ずつ連続で引いていく. 次の確率を求めよ.
(S 級 45 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

★条件付き確率

事象 A が起こったときに事象 B が起こる確率 $P_A(B)$ は,

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \Leftrightarrow \quad P(A \cap B) = P(A) P_A(B) \quad (\text{確率の乗法定理})$$

- (1) 1 回目赤玉. (2) 1 回目赤玉であり, 2 回目も赤.

$$\frac{3}{7}$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{7}$$

- (3) 1 回目赤玉であるとき, 2 回目赤玉. (4) 1 回目, 2 回目青玉であるとき, 3 回目赤玉.

★条件付き確率

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

事象 A を「1 回目赤」,
事象 B を「2 回目赤」と考えれば,
(1) が $P(A)$, (2) が $P(A \cap B)$ である.

$$\frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{7}} = \frac{1}{3} \quad \dots \text{答え}$$

☆問の表現に気をつけよう.
「～であるとき, ～である確率」という
ような表現があれば **条件付き確率** と考える.

☆別解

赤玉が 1 個で出たので, 袋の残りは赤 2 青 4.
よって, ここから赤を引く確率を考えて, $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

★条件付き確率

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

事象 A を「1, 2 回目ともに青」,
事象 B を「3 回目赤」と考えれば,

$$P(A) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$$

$$P(A \cap B) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{35}$$

★条件付き確率

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{6}{35}}{\frac{2}{7}} = \frac{3}{5} \quad \dots \text{答え}$$

☆別解

青玉が 2 個で出たので, 袋の残りは赤 3 青 2.
よって, ここから赤を引く確率を考えて, $\frac{3}{5}$