反射テスト　場合の数・確率　重複の判定　01

1.　次の場合の数を求めよ. (S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分)

(1)　グループ A, B, C に 4 人の人間をふり分ける場合の数. ただし誰もいないグループがあってもかまわない.

(2)　6 枚の同じメダルを 4 人の人間で分ける場合の数. ただし 0 枚の人がいてもよい.

(3)　区別できる 5 個のものに, 区別できない 12 個のものを振り分ける場合の数. ただし 0 個振り分ける場合も考える.

2. 次の場合の数を求めよ.（ S 級 50 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 ）

(1) グループ A, B, C, D に 5 人の人間をふり分ける場合の数. ただし誰もいないグループがあってもかまわない.

(2) 7 枚の同じメダルを 3 人の人間で分ける場合の数. ただし 0 枚の人がいてもよい.

(3) 区別できる 2 個のものに, 区別できる 11 個のものを振り分ける場合の数. ただし 0 個振り分ける場合も考える.

反射テスト　場合の数・確率　重複の判定　01　解答解説

1.　次の場合の数を求めよ.（S 級 1 分 20 秒，A 級 2 分，B 級 3 分，C 級 4 分）

★ 重複順列
異なる n 種類のものから，重複を許して r 個取って並べる場合の数は　$\boldsymbol{n^r}$

★ 重複組み合わせ
異なる n 種類のものから，重複を許して（同じものを繰り返し取ることを許して）r 個取る組み合わせは
$\boldsymbol{{}_n\mathrm{H}_r = {}_{n+r-1}\mathrm{C}_r}$　**（ $r > n$ でもよい.）**

(1)　グループ A, B, C に 4 人の人間をふり分ける場合の数. ただし誰もいないグループがあってもかまわない.

4 人の人間それぞれにグループ名を与えると考える.

1 人目	2 人目	3 人目	4 人目
A〜C	A〜C	A〜C	A〜C

$\therefore$ **★ 重複順列**　$3^4 = 81$　$\Rightarrow$　**81 通り**　**…答え**

(2)　6 枚の同じメダルを 4 人の人間で分ける場合の数. ただし 0 枚の人がいてもよい.

★ 具体例を考える
例　A がメダルを 2 枚，B が 3 枚，C が 0 枚，D が 1 枚.　$\Rightarrow$　$AABBBD$
つまり，4 つの異なるもの（ここでは 4 人の人間）から，重複を許して 6 つ選ぶ場合.
★ 重複組み合わせ
${}_4\mathrm{H}_6 = {}_{4+6-1}\mathrm{C}_6$
$= {}_9\mathrm{C}_6 = {}_9\mathrm{C}_3 =$ **84 通り**　**…答え**

☆別解
メダルを○で表し，「|」で人と人の境目を表せば，
「○○○○○○ |||」を並べ替えればよい.（人は 4 人いるから「|」は 3 つあればよい）
$\Rightarrow$　${}_9\mathrm{C}_3 =$ **84 通り**　**…答え**

(3)　区別できる 5 個のものに，区別できない 12 個のものを振り分ける場合の数. ただし 0 個振り分ける場合も考える.

★ 具体例を考える
$1, 2, 3, 4, 5$ に $A, A, A, A, A, A, \cdots, A$ (12 個) を振り分ける.
例　111222333445
つまり，5 個の異なるもの（ここでは 1〜5）から，重複を許して 12 個選ぶ場合.
★ 重複組み合わせ
${}_5\mathrm{H}_{12} = {}_{5+12-1}\mathrm{C}_{12}$
$= {}_{16}\mathrm{C}_{12} = {}_{16}\mathrm{C}_4 = \dfrac{16 \times 15 \times 14 \times 13}{4 \times 3 \times 2 \times 1} =$ **1820 通り**　**…答え**

☆別解
区別できない 12 個を○で表し，「|」で区別できる 5 個の境目を表せば，
「○○○○○○○○○○○○ ||||」を並べ替えればよい. ○ 12 個の間と両端の 13 個に重複を許して |||| をおいていく.
$\Rightarrow$　${}_{13}\mathrm{H}_4 = {}_{16}\mathrm{C}_4 =$ **1820 通り**　**…答え**

2.　次の場合の数を求めよ.（S 級 50 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分）

(1)　グループ A, B, C, D に 5 人の人間をふり分ける場合の数. ただし誰もいないグループがあってもかまわない.

5 人の人間それぞれにグループ名を与えると考える.

1 人目	2 人目	3 人目	4 人目	5 人目
A〜D	A〜D	A〜D	A〜D	A〜D

∴★重複順列　$4^5 = 2^{10} = 1024$　⇒　**1024 通り**　**…答え**

(2)　7 枚の同じメダルを 3 人の人間で分ける場合の数. ただし 0 枚の人がいてもよい.

★ 具体例を考える
例　A がメダルを 2 枚, B が 1 枚, C が 4 枚.　⇒　$AABCCCC$
つまり, 3 つの異なるもの（ここでは 3 人の人間）から, 重複を許して 7 つ選ぶ場合.
★ 重複組み合わせ

$$\begin{aligned} {}_3\mathrm{H}_7 &= {}_{3+7-1}\mathrm{C}_7 \\ &= {}_9\mathrm{C}_7 = {}_9\mathrm{C}_2 = \textbf{36 通り} \end{aligned}$$

…答え

☆別解
メダルを○で表し,「|」で人と人の境目を表せば,
「○○○○○○○ ||」を並べ替えればよい.（人は 3 人いるから「|」は 2 つあればよい）
⇒　${}_9\mathrm{C}_2 =$ **36 通り**　**…答え**

(3)　区別できる 2 個のものに, 区別できる 11 個のものを振り分ける場合の数. ただし 0 個振り分ける場合も考える.

区別できる 2 個のものを A と B とする. 区別できる 11 個のものそれぞれに A と B の 2 通りの所属可能性があるから

∴★重複順列
⇒　$2^{11} = 2^{10} \times 2 = 1024 \times 2 =$ **2048 通り**　**…答え**

☆ 2 種類のものが両方とも「区別できるもの（異なるもの）」であれば **重複順列**, 片方「区別できて」もう片方が「区別できない」のであれば **重複組み合わせ** となることがわかる.