

反射テスト 場合の数 組み合わせ ${}_nC_r$ の公式 01

1. 次の式を簡単にせよ。(S級 45 秒, A級 1 分 30 秒, B級 3 分, C級 5 分)

(1) ${}_{1000}C_0$

(2) ${}_{30}C_{29}$

(3) ${}_nC_1$

(4) ${}_nC_{n-2}$

(5) ${}_9C_3 + {}_9C_4$

(6) ${}_4C_0 + {}_4C_1 + {}_4C_2 + {}_4C_3 + {}_4C_4$

2. 次の式を簡単にせよ。(S級1分40秒, A級3分, B級5分, C級7分)

(1) ${}_{1000}C_{1000}$

(2) ${}_{30}C_{28}$

(3) ${}_nC_2$

(4) ${}_nC_{n-3}$

(5) ${}_{25}C_4 + {}_{25}C_5$

(6) $\sum_{k=0}^{10} {}_{10}C_k$

2. 次の式を簡単にせよ。(S級1分40秒, A級3分, B級5分, C級7分)

(1) ${}_{1000}C_{1000}$

$${}_{1000}C_{1000} = 1$$

☆パスカルの三角形で両端は1

(2) ${}_{30}C_{28}$

$${}_{30}C_{28} = {}_{30}C_{30-28} = {}_{30}C_2 = \mathbf{435}$$

(3) ${}_nC_2$

$${}_nC_2 = \frac{n(n-1)}{2}$$

(4) ${}_nC_{n-3}$

$$\begin{aligned} {}_nC_{n-3} &= {}_nC_{n-(n-3)} \\ &= {}_nC_3 \\ &= \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \end{aligned}$$

(5) ${}_{25}C_4 + {}_{25}C_5$

$$\text{与式} = 12650 + 53130 = \mathbf{65780}$$

★別解

★公式⑥を用いると

$$\begin{aligned} {}_{25}C_4 + {}_{25}C_5 &= {}_{25+1}C_5 = {}_{26}C_5 \\ &= \frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \\ &= 65780 \end{aligned}$$

(6) $\sum_{k=0}^{10} {}_{10}C_k$

$$\sum_{k=0}^{10} {}_{10}C_k = 2^{10} \quad \leftarrow \text{★公式⑤}$$

$$= \mathbf{1024}$$

★シグマ公式 (数列の和に関する記号)

$$\sum_{k=1}^n f(k) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n)$$