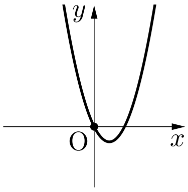
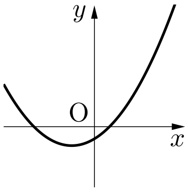
反射テスト　2次関数　x 軸・y 軸との関係　01

1.　次のグラフは全て 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$（$a \neq 0$）を表す. 下に凸か上に凸か, x 軸との共有点の個数, 軸の位置, y 切片の位置から, a, b, c の関係式を言え. 解く必要はない.（S 級 1 分 10 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 2 分 30 秒）

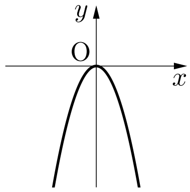
(1)



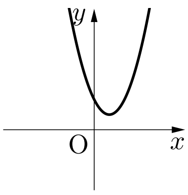
(2)



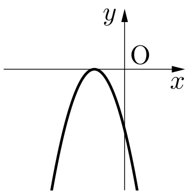
(3)



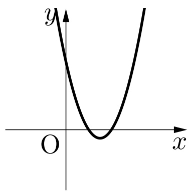
(4)



(5)

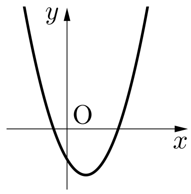


(6)

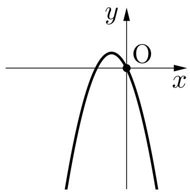


2. 次のグラフは全て2次関数 $y=ax^2+bx+c$（$a \neq 0$）を表す. 下に凸か上に凸か, x 軸との共有点の個数, 軸の位置, y 切片の位置から, a, b, c の関係式を言え. 解く必要はない.（S 級1分10秒, A 級1分30秒, B 級2分, C 級2分30秒）

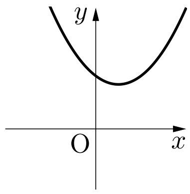
(1)



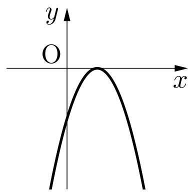
(2)



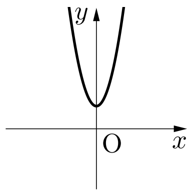
(3)



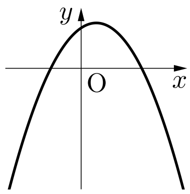
(4)



(5)



(6)



反射テスト　2次関数　x 軸・y 軸との関係　01　解答解説

1.　次のグラフは全て2次関数 $y = ax^2 + bx + c$（$a \neq 0$）を表す．下に凸か上に凸か，x 軸との共有点の個数，軸の位置，y 切片の位置から，a, b, c の関係式を言え．解く必要はない．（S 級1分10秒，A 級1分30秒，B 級2分，C 級2分30秒）

★ 2次関数の条件

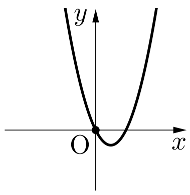
① $\begin{cases} \text{下に凸} & \Leftrightarrow \quad a > 0 \\ \text{上に凸} & \Leftrightarrow \quad a < 0 \end{cases}$

② x 軸との共有点の個数 $\begin{cases} \text{共有点2個（}x\text{軸と異なる2点で交わる）} & \Leftrightarrow \quad b^2 - 4ac > 0 & \text{（判別式 }D > 0\text{）} \\ \text{共有点1個（}x\text{軸と接している）} & \Leftrightarrow \quad b^2 - 4ac = 0 & \text{（判別式 }D = 0\text{）} \\ \text{共有点0個（}x\text{軸と離れている）} & \Leftrightarrow \quad b^2 - 4ac < 0 & \text{（判別式 }D < 0\text{）} \end{cases}$

③ 放物線の軸の位置 $\begin{cases} y\text{軸より右} & \Leftrightarrow \quad -\frac{b}{2a} > 0 \\ y\text{軸上} & \Leftrightarrow \quad -\frac{b}{2a} = 0 \\ y\text{軸より左} & \Leftrightarrow \quad -\frac{b}{2a} < 0 \end{cases}$

④ y 切片の位置 $\begin{cases} x\text{軸より上} & \Leftrightarrow \quad c > 0 \\ \text{原点を通る} & \Leftrightarrow \quad c = 0 \\ x\text{軸より下} & \Leftrightarrow \quad c < 0 \end{cases}$

(1)



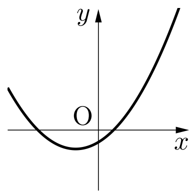
下に凸　⇔　$\boldsymbol{a > 0}$

x 軸との共有点が2個
　⇔　$\boldsymbol{b^2 - 4ac > 0}$

放物線の軸が y 軸より右
　⇔　$\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} > 0}$

原点を通る
　⇔　$\boldsymbol{c = 0}$

(2)



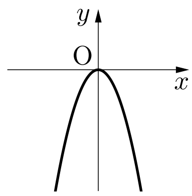
下に凸　⇔　$\boldsymbol{a > 0}$

x 軸との共有点が2個
　⇔　$\boldsymbol{b^2 - 4ac > 0}$

放物線の軸が y 軸より左
　⇔　$\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} < 0}$

y 切片が x 軸より下
　⇔　$\boldsymbol{c < 0}$

(3)



上に凸　⇔　$\boldsymbol{a < 0}$

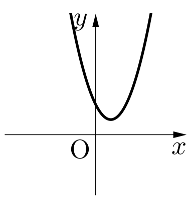
x 軸と接している（共有点が1個）
　⇔　$\boldsymbol{b^2 - 4ac = 0}$

放物線の軸が y 軸
　⇔　$\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} = 0}$

原点を通る ⇔ $\boldsymbol{c = 0}$

☆ちなみに上の結果をまとめると，
$a < 0$ かつ $b = c = 0$ となる．

(4)



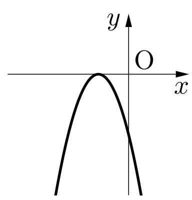
下に凸　⇔　$\boldsymbol{a > 0}$

x 軸と離れている（共有点が0個）
　⇔　$\boldsymbol{b^2 - 4ac < 0}$

放物線の軸が y 軸より右
　⇔　$\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} > 0}$

y 切片が x 軸より上
　⇔　$\boldsymbol{c > 0}$

(5)



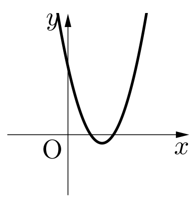
上に凸　⇔　$\boldsymbol{a < 0}$

x 軸と接している（共有点が1個）
　⇔　$\boldsymbol{b^2 - 4ac = 0}$

放物線の軸が y 軸より左
　⇔　$\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} < 0}$

y 切片が x 軸より下
　⇔　$\boldsymbol{c < 0}$

(6)



下に凸　⇔　$\boldsymbol{a > 0}$

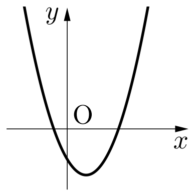
x 軸との共有点が2個
　⇔　$\boldsymbol{b^2 - 4ac > 0}$

放物線の軸が y 軸より右
　⇔　$\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} > 0}$

y 切片が x 軸より上
　⇔　$\boldsymbol{c > 0}$

2. 次のグラフは全て2次関数 $y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ を表す. 下に凸か上に凸か, x 軸との共有点の個数, 軸の位置, y 切片の位置から, a, b, c の関係式を言え. 解く必要はない.（ S 級1分10秒, A 級1分30秒, B 級2分, C 級2分30秒 ）

(1)



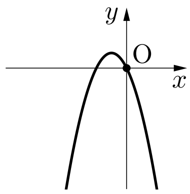
下に凸 $\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{a > 0}$

x 軸との共有点が2個
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{b^2 - 4ac > 0}$

放物線の軸が y 軸より右
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} > 0}$

y 切片が x 軸より下
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{c < 0}$

(2)



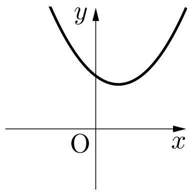
上に凸 $\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{a < 0}$

x 軸との共有点が2個
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{b^2 - 4ac > 0}$

放物線の軸が y 軸より左
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} < 0}$

原点を通る
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{c = 0}$

(3)



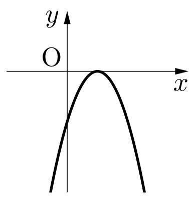
下に凸 $\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{a > 0}$

x 軸と離れている（共有点が0個）
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{b^2 - 4ac < 0}$

放物線の軸が y 軸より右
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} > 0}$

y 切片が x 軸より上
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{c > 0}$

(4)



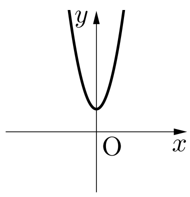
上に凸 $\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{a < 0}$

x 軸と接している（共有点が1個）
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{b^2 - 4ac = 0}$

放物線の軸が y 軸より右
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} > 0}$

y 切片が x 軸より下
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{c < 0}$

(5)



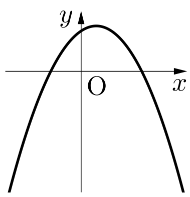
下に凸 $\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{a > 0}$

x 軸と離れている（共有点が0個）
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{b^2 - 4ac < 0}$

放物線の軸が y 軸
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} = 0}$

y 切片が x 軸より上
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{c > 0}$

(6)



上に凸 $\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{a < 0}$

x 軸との共有点が2個
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{b^2 - 4ac > 0}$

放物線の軸が y 軸より右
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{-\dfrac{b}{2a} > 0}$

y 切片が x 軸より上
$\Leftrightarrow$ $\boldsymbol{c > 0}$