反射テスト　2次関数　x 軸との共有点　01

1.　次の2次関数が x 軸と何個共有点をもつか求めよ．また，x 軸と接する場合はそれも言え．

（ S 級1分30秒，A 級2分，B 級2分40秒，C 級3分30秒 ）

(1)　$y = x^2 - 5x + 2$

(2)　$y = x^2 - 4x$

(3)　$y = 2x^2 + x + 3$

(4)　$y = x^2 - x + \dfrac{1}{4}$

(5)　$y = 2x^2 - 3x + 2k$

(6)　$y = x^2 + 2kx + 4k$

2. 次の 2 次関数が x 軸と何個共有点をもつか求めよ．また，x 軸と接する場合はそれも言え．

（ S 級 1 分 30 秒，A 級 2 分，B 級 2 分 40 秒，C 級 3 分 30 秒 ）

(1) $y = x^2 - 3x + 1$

(2) $y = x^2 + 8x$

(3) $y = 9x^2 + 12x + 4$

(4) $y = x^2 - \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{4}$

(5) $y = 2x^2 - 6x + 3k$

(6) $y = x^2 + 2kx - 10k$

反射テスト　2次関数　x 軸との共有点　01　解答解説

1.　次の2次関数が x 軸と何個共有点をもつか求めよ．また，x 軸と接する場合はそれも言え．

（ S 級1分30秒，A 級2分，B 級2分40秒，C 級3分30秒 ）

★ x 軸との共有点

$y=0$ のときを2次方程式と考えて判別式を調べれる．

$$\begin{cases} D>0 \text{ のとき，} & x\text{軸との共有点は2個．} \\ D=0 \text{ のとき，} & x\text{軸との共有点は1個．（☆つまり，この2次関数は}x\text{軸と接する．）} \\ D<0 \text{ のとき，} & x\text{軸との共有点はなし．} \end{cases}$$

(1)　$y=x^2-5x+2$

$y=0$　とすると，　$x^2-5x+2=0$

判別式は，$D=(-5)^2-4\cdot1\cdot2=25-8=17>0$

よって，x 軸との共有点は **2個** ある．

(2)　$y=x^2-4x$

$y=0$　とすると，　$x^2-4x=0$

（$ax^2+bx+c=0$ とみたとき，$c=0$ の形）

判別式は，$D/4=(-2)^2-1\cdot0=4>0$

よって，x 軸との共有点は **2個** ある．

(3)　$y=2x^2+x+3$

$y=0$　とすると，　$2x^2+x+3=0$

判別式は，$D=1^2-4\cdot2\cdot3=-23<0$

よって，x 軸との共有点は **ない**．

(4)　$y=x^2-x+\dfrac{1}{4}$

$y=0$　とすると，　$x^2-x+\dfrac{1}{4}=0$

判別式は，$D=(-1)^2-4\cdot1\cdot\frac{1}{4}=0$

よって，x 軸との共有点は **1個** ある．

つまり，x 軸と **接する**．

(5)　$y=2x^2-3x+2k$

$y=0$　とすると，　$2x^2-3x+2k=0$

判別式は，$D=(-3)^2-4\cdot2\cdot2k=9-16k$

よって，x 軸との共有点は

$$\begin{cases} 9-16k>0 \text{ のとき，} & \text{2個ある} \\ 9-16k=0 \text{ のとき，} & \text{1個ある（接する）} \\ 9-16k<0 \text{ のとき，} & \text{ない} \end{cases}$$

それぞれ解いて，

x 軸との共有点は

$$\begin{cases} k<\dfrac{9}{16} \text{ のとき，} & \textbf{2個}\text{ ある} \\ k=\dfrac{9}{16} \text{ のとき，} & \textbf{1個}\text{ ある（}\textbf{接する}\text{）} \\ k>\dfrac{9}{16} \text{ のとき，} & \textbf{ない} \end{cases}$$

(6)　$y=x^2+2kx+4k$

$y=0$　とすると，　$x^2+2k+4k=0$

判別式は，$D/4=k^2-1\cdot4k=k^2-4k$

よって，x 軸との共有点は

$$\begin{cases} k^2-4k>0 \text{ のとき，} & \text{2個ある} \\ k^2-4k=0 \text{ のとき，} & \text{1個ある（接する）} \\ k^2-4k<0 \text{ のとき，} & \text{ない} \end{cases}$$

それぞれ解いて，

x 軸との共有点は

$$\begin{cases} k<0 \text{ 又は } 4<k \text{ のとき，} & \textbf{2個}\text{ ある} \\ k=0 \text{ 又は } k=4 \text{ のとき，} & \textbf{1個}\text{ ある（}\textbf{接する}\text{）} \\ 0<k<4 \text{ のとき，} & \textbf{ない} \end{cases}$$

2. 次の 2 次関数が x 軸と何個共有点をもつか求めよ．また，x 軸と接する場合はそれも言え．

（ S 級 1 分 30 秒，A 級 2 分，B 級 2 分 40 秒，C 級 3 分 30 秒 ）

(1) $y = x^2 - 3x + 1$

$y = 0$ とすると，$x^2 - 3x + 1 = 0$
判別式は，$D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 9 - 4 = 5 > 0$
よって，x 軸との共有点は **2 個** ある．

(2) $y = x^2 + 8x$

$y = 0$ とすると，$x^2 + 8x = 0$
（$ax^2 + bx + c = 0$ とみたとき，$c = 0$ の形）
判別式は，$D/4 = 4^2 - 1 \cdot 0 = 16 > 0$
よって，x 軸との共有点は **2 個** ある．

(3) $y = 9x^2 + 12x + 4$

$y = 0$ とすると，$9x^2 + 12x + 4 = 0$
判別式は，$D/4 = 6^2 - 9 \cdot 4 = 0$
よって，x 軸との共有点は **1 個** ある．
つまり，x 軸と **接する**．

(4) $y = x^2 - \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{4}$

$y = 0$ とすると，$x^2 - \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{4} = 0$
判別式は，$D = (-\frac{1}{2})^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = -\frac{3}{4} < 0$
よって，x 軸との共有点は **ない**．

(5) $y = 2x^2 - 6x + 3k$

$y = 0$ とすると，$2x^2 - 6x + 3k = 0$
判別式は，$D = (-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3k = 36 - 24k$
よって，x 軸との共有点は

$$\begin{cases} 36 - 24k > 0 \text{ のとき，} & 2 \text{ 個ある} \\ 36 - 24k = 0 \text{ のとき，} & 1 \text{ 個ある（接する）} \\ 36 - 24k < 0 \text{ のとき，} & \text{ない} \end{cases}$$

それぞれ解いて，
x 軸との共有点は

$$\begin{cases} k < \dfrac{3}{2} \text{ のとき，} & \textbf{2 個 } \text{ある} \\ k = \dfrac{3}{2} \text{ のとき，} & \textbf{1 個 } \text{ある（}\textbf{接する}\text{）} \\ k > \dfrac{3}{2} \text{ のとき，} & \textbf{ない} \end{cases}$$

(6) $y = x^2 + 2kx - 10k$

$y = 0$ とすると，$x^2 + 2k - 10k = 0$
判別式は，$D/4 = k^2 - 1 \cdot (-10k) = k^2 + 10k$
よって，x 軸との共有点は

$$\begin{cases} k^2 + 10k > 0 \text{ のとき，} & 2 \text{ 個ある} \\ k^2 + 10k = 0 \text{ のとき，} & 1 \text{ 個ある（接する）} \\ k^2 + 10k < 0 \text{ のとき，} & \text{ない} \end{cases}$$

それぞれ解いて，
x 軸との共有点は

$$\begin{cases} k < -10 \text{ 又は } 0 < k \text{ のとき，} & \textbf{2 個 } \text{ある} \\ k = -10 \text{ 又は } k = 0 \text{ のとき，} & \textbf{1 個 } \text{ある（}\textbf{接する}\text{）} \\ -10 < k < 0 \text{ のとき，} & \textbf{ない} \end{cases}$$