反射テスト　2次関数　最大最小　02

1.　次の関数のグラフの概形を描き，最大値・最小値を求めよ．( ) 内は定義域とする．

（ S 級 3 分，A 級 3 分 40 秒，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）

(1)　$y=-2x^2+12x$　（ $-1 \leqq x \leqq 2$ ）

(2)　$y=\dfrac{1}{4}x^2+x-2$　（ $-11 \leqq x \leqq 6$ ）

2. 次の関数のグラフの概形を描き，最大値・最小値を求めよ．( ) 内は定義域とする．

（ S 級 3 分 20 秒，A 級 4 分 10 秒，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

(1) $y = -4x^2 - 6x \quad (-1 \leqq x \leqq 2)$

(2) $y = \dfrac{2}{3}x^2 + \dfrac{1}{2}x - 1 \quad \left(-2 \leqq x \leqq \dfrac{3}{2} \right)$

反射テスト　2次関数　最大最小　02　解答解説

1.　次の関数のグラフの概形を描き，最大値・最小値を求めよ．( ) 内は定義域とする．

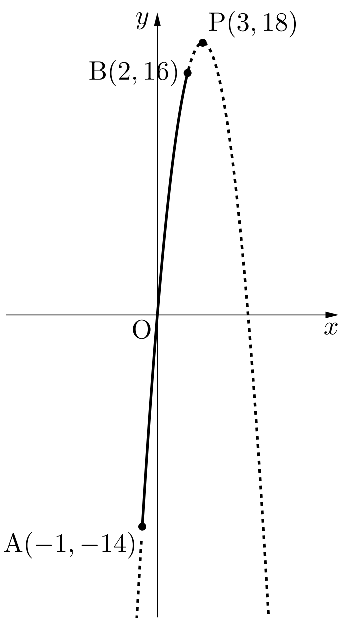
(S 級 3 分，A 級 3 分 40 秒，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分)

★ 2 次関数の最大最小

①　平方完成し，**グラフを描く**．　←最重要

②　頂点と **定義域に注意して，最大最小を求める．**

(1)　$y=-2x^2+12x$　($-1 \leqq x \leqq 2$)



$y=-2(x^2-6x)=-2(x^2-6x+9-9)=-2(x-3)^2+18$　$\Rightarrow$　頂点 $(3,18)$

定義域の端点を A，B，頂点を P として，定義域外を点線で表した．

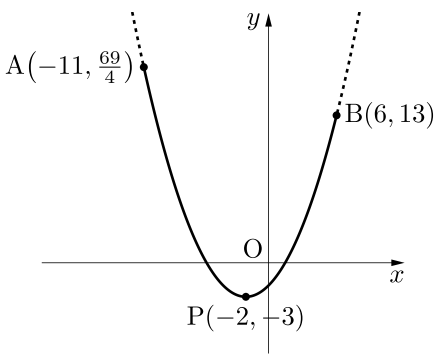
$x=-1$ のとき，　$y=-2(-1-3)^2+18=-14$　$\Rightarrow$　$\mathrm{A}(-1,-14)$

$x=2$ のとき，　$y=-2(2-3)^2+18=16$　$\Rightarrow$　$\mathrm{B}(2,16)$

最大値　$\boldsymbol{y=16}$　$\boldsymbol{(\ x=2\ )}$

最小値　$\boldsymbol{y=-14}$　$\boldsymbol{(\ x=-1\ )}$

(2)　$y=\dfrac{1}{4}x^2+x-2$　($-11 \leqq x \leqq 6$)



$$y=\frac{1}{4}x^2+x-2=\frac{1}{4}(x^2+4x)-2$$
$$=\frac{1}{4}(x^2+4x+4-4)-2=\frac{1}{4}(x+2)^2-3$$
$\Rightarrow$　頂点 $(-2,-3)$

定義域の端点を A，B，頂点を P として，定義域外を点線で表した．

$x=-11$ のとき，　$y=\dfrac{1}{4}(-11+2)^2-3=\dfrac{69}{4}$　$\Rightarrow$　$\mathrm{A}\left(-11,\frac{69}{4}\right)$

$x=6$ のとき，　$y=\dfrac{1}{4}(6+2)^2-3=13$　$\Rightarrow$　$\mathrm{B}(6,13)$

$\dfrac{69}{4}=17\dfrac{1}{4}>13$　$\Rightarrow$　点 A が最大

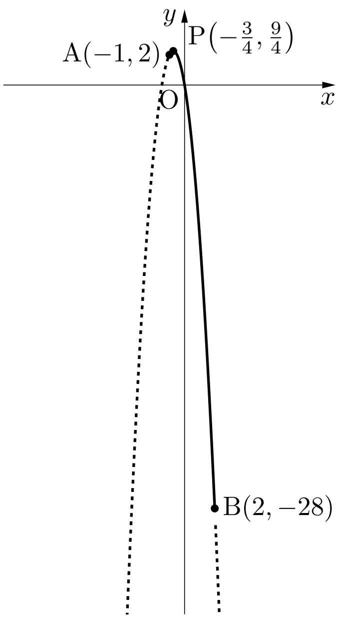
最大値　$\boldsymbol{y=\dfrac{69}{4}}$　$\boldsymbol{(\ x=-11\ )}$

最小値　$\boldsymbol{y=-3}$　$\boldsymbol{(\ x=-2\ )}$

2. 次の関数のグラフの概形を描き，最大値・最小値を求めよ．( ) 内は定義域とする．

（ S 級 3 分 20 秒，A 級 4 分 10 秒，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

(1) $y=-4x^2-6x \quad (-1 \leqq x \leqq 2)$



$y=-4\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{9}{4} \quad \Rightarrow \quad$ 頂点 $\left(-\frac{3}{4},\frac{9}{4}\right)$

定義域の端点を A，B，頂点を P として，定義域外を点線で表した．

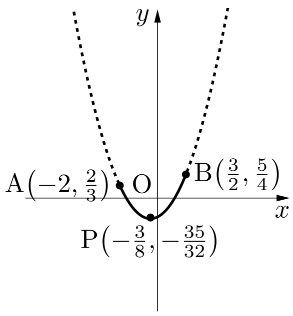
$x=-1$ のとき，$\quad y=-4\cdot(-1)^2-6\cdot(-1)=-4+6=2 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{A}(-1,2)$

$x=2$ のとき，$\quad y=--4\cdot 2^2-6\cdot 2=-16-12=-28 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{B}(2,-28)$

最大値 $\boldsymbol{y=\frac{9}{4} \quad \left(x=-\frac{3}{4}\right)}$

最小値 $\boldsymbol{y=-28 \quad (x=2)}$

(2) $y=\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{2}x-1 \quad \left(-2 \leqq x \leqq \frac{3}{2}\right)$



$y=\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{2}x-1=\frac{2}{3}\left(x^2+\frac{3}{4}x\right)-1$

$=\frac{2}{3}\left(x^2+\frac{3}{4}x+\frac{9}{64}-\frac{9}{64}\right)-1=\frac{2}{3}\left(x+\frac{3}{8}\right)^2-\frac{35}{32}$

$\Rightarrow$ 頂点 $\left(-\frac{3}{8},-\frac{35}{32}\right)$

定義域の端点を A，B，頂点を P として，定義域外を点線で表した．

$x=-2$ のとき，$\quad y=\frac{2}{3}\cdot(-2)^2+\frac{1}{2}\cdot(-2)-1=\frac{2}{3} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{A}\left(-2,\frac{2}{3}\right)$

$x=\frac{3}{2}$ のとき，$\quad y=\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}-1=\frac{5}{4} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{B}\left(\frac{3}{2},\frac{5}{4}\right)$

$\frac{5}{4}>\frac{2}{3} \quad \Rightarrow$ 点 B が最大

最大値 $\boldsymbol{y=\frac{5}{4} \quad \left(x=\frac{3}{2}\right)}$

最小値 $\boldsymbol{y=-\frac{35}{32} \quad \left(x=-\frac{3}{8}\right)}$