反射テスト　2次関数　最大最小　01

1.　次の関数のグラフの概形を描き, 最大値・最小値を求めよ. ( ) 内は定義域とする.

（ S 級 2 分 40 秒, A 級 3 分 30 秒, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分 ）

(1)　$y = x^2 - 4$　($-2 \leqq x \leqq 3$)

(2)　$y = x^2 + 6x + 11$　($-5 \leqq x \leqq 0$)

(3)　$y = \frac{1}{3}x^2 - x + 5$　($2 \leqq x \leqq 6$)

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

2. 次の関数のグラフの概形を描き, 最大値・最小値を求めよ. ( ) 内は定義域とする.

（ S 級 2 分 40 秒, A 級 3 分 30 秒, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分 ）

(1) $y = -x^2 + 5 \quad (-3 \leqq x \leqq 2)$

(2) $y = x^2 + 4x - 3 \quad \left(-3 \leqq x \leqq \dfrac{3}{2} \right)$

(3) $y = \dfrac{1}{6}x^2 - x + 1 \quad (-2 \leqq x \leqq 2)$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

反射テスト　2次関数　最大最小　01　解答解説

1.　次の関数のグラフの概形を描き, 最大値・最小値を求めよ. ( ) 内は定義域とする.

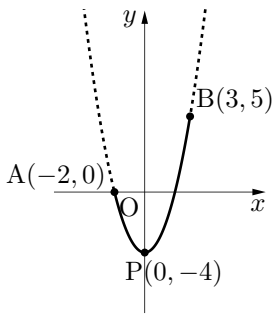
（ S 級 2 分 40 秒, A 級 3 分 30 秒, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分 ）

★ 2 次関数の最大最小

① 平方完成し, **グラフを描く** .　←最重要

② 頂点と **定義域に注意して, 最大最小を求める.**

(1)　$y = x^2 - 4$　($-2 \leqq x \leqq 3$)



頂点 $(0, -4)$ であるから, 左図のようなグラフになる.

定義域の端点を A , B , 頂点を P として, 定義域外を点線で表した.

$x = -2$ のとき, 関数に代入して, $y = (-2)^2 - 4 = 0$　⇒　$\mathrm{A}(-2, 0)$

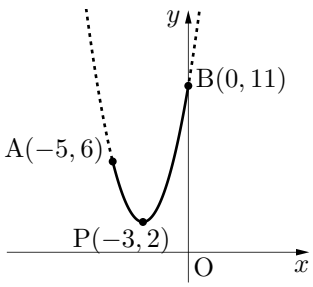
$x = 3$ のとき, $y = 3^2 - 4 = 5$　⇒　$\mathrm{B}(3, 5)$

左図の実線の中で, 一番高いところが最大値, 一番低いところが最小値である.

最大値　$\boldsymbol{y = 5}$　($\boldsymbol{x = 3}$)

最小値　$\boldsymbol{y = -4}$　($\boldsymbol{x = 0}$)

(2)　$y = x^2 + 6x + 11$　($-5 \leqq x \leqq 0$)



頂点は, 関数の右辺を平方完成して,

$y = x^2 + 6x + 9 - 9 + 11 = (x + 3)^2 + 2$　⇒　頂点 $(-3, 2)$

定義域の端点を A , B , 頂点を P として, 定義域外を点線で表した.

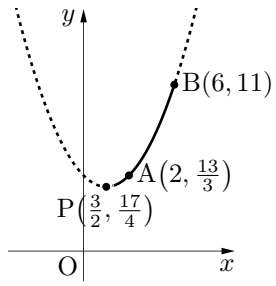
$x = -5$ のとき,　$y = (-5 + 3)^2 + 2 = 6$　⇒　$\mathrm{A}(-5, 6)$

$x = 0$ のとき,　$y = 0 + 0 + 11 = 11$　⇒　$\mathrm{B}(0, 11)$

最大値　$\boldsymbol{y = 11}$　($\boldsymbol{x = 0}$)

最小値　$\boldsymbol{y = 2}$　($\boldsymbol{x = -3}$)

(3)　$y = \dfrac{1}{3}x^2 - x + 5$　($2 \leqq x \leqq 6$)



頂点は, 関数の右辺を平方完成して,

$y = \frac{1}{3}x^2 - x + 5 = \frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{17}{4}$　⇒　頂点 $\left(\frac{3}{2}, \frac{17}{4}\right)$

定義域の端点を A , B , 頂点を P として, 定義域外を点線で表した.

$x = 2$ のとき,　$y = \frac{1}{3}\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{17}{4} = \frac{13}{3}$　⇒　$\mathrm{A}\left(2, \frac{13}{3}\right)$

$x = 6$ のとき,　$y = \frac{1}{3} \cdot 6^2 - 6 + 5 = 11$　⇒　$\mathrm{B}(6, 11)$

最大値　$\boldsymbol{y = 11}$　($\boldsymbol{x = 6}$)

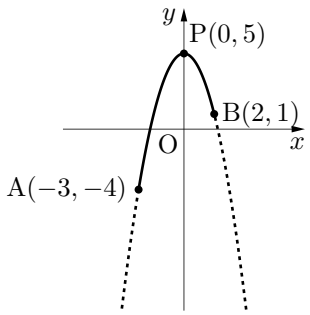
最小値　$\boldsymbol{y = \dfrac{13}{3}}$　($\boldsymbol{x = 2}$)

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

2. 次の関数のグラフの概形を描き, 最大値・最小値を求めよ. ( ) 内は定義域とする.

（ S 級 2 分 40 秒, A 級 3 分 30 秒, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分 ）

(1) $y = -x^2 + 5 \quad (-3 \leqq x \leqq 2)$



頂点 (0,5) で上に凸であるから, 左図のようなグラフになる.

定義域の端点を A , B , 頂点を P として, 定義域外を点線で表した.

$x = -3$ のとき, 関数に代入して, $y = -3^2 + 5 = -4 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{A}(-3, -4)$

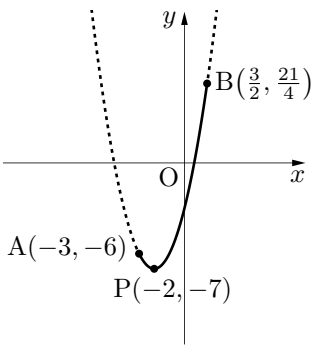
$x = 2$ のとき, $y = -2^2 + 5 = 1 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{B}(2, 1)$

左図の実線の中で, 一番高いところが最大値, 一番低いところが最小値である.

最大値 $\boldsymbol{y = 5 \quad (x = 0)}$

最小値 $\boldsymbol{y = -4 \quad (x = -3)}$

(2) $y = x^2 + 4x - 3 \quad \left(-3 \leqq x \leqq \dfrac{3}{2} \right)$



頂点は, 関数の右辺を平方完成して,

$y = x^2 + 4x + 4 - 4 - 3 = (x + 2)^2 - 7 \quad \Rightarrow \quad$ 頂点 $(-2, -7)$

定義域の端点を A , B , 頂点を P として, 定義域外を点線で表した.

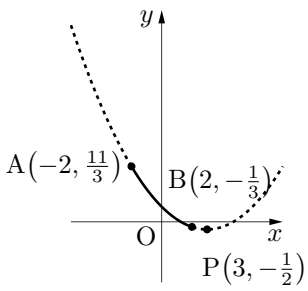
$x = -3$ のとき, $\quad y = (-3 + 2)^2 - 7 = -6 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{A}(-3, -6)$

$x = \dfrac{3}{2}$ のとき, $\quad y = (\dfrac{3}{2} + 2)^2 - 7 = \dfrac{21}{4} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{B}(\dfrac{3}{2}, \dfrac{21}{4})$

最大値 $\boldsymbol{y = \dfrac{21}{4} \quad \left(x = \dfrac{3}{2} \right)}$

最小値 $\boldsymbol{y = -7 \quad (x = -2)}$

(3) $y = \dfrac{1}{6}x^2 - x + 1 \quad (-2 \leqq x \leqq 2)$



頂点は, 関数の右辺を平方完成して,

$y = \frac{1}{6}x^2 - x + 1 = \frac{1}{6}(x - 3)^2 - \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad$ 頂点 $\left(3, -\frac{1}{2}\right)$

定義域の端点を A , B , 頂点を P として, 定義域外を点線で表した.

$x = -2$ のとき, $\quad y = \frac{1}{6} \cdot (-2)^2 - (-2) + 1 = \frac{11}{3} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{A}\left(-2, \frac{11}{3}\right)$

$x = 2$ のとき, $\quad y = \frac{1}{6} \cdot 2^2 - 2 + 1 = -\frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \mathrm{B}\left(2, -\frac{1}{3}\right)$

最大値 $\boldsymbol{y = \dfrac{11}{3} \quad (x = -2)}$

最小値 $\boldsymbol{y = -\dfrac{1}{3} \quad (x = 2)}$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）