反射テスト　２次関数　最大最小　01

1.　次の関数のグラフの概形を描き，最大値・最小値を求めよ．( ) 内は定義域とする．

（ S 級 2 分 40 秒，A 級 3 分 30 秒，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）

(1)　$y = x^2 - 4$　（ $-2 \leqq x \leqq 3$ ）

(2)　$y = x^2 + 6x + 11$　（ $-5 \leqq x \leqq 0$ ）

(3)　$y = \dfrac{1}{3}x^2 - x + 5$　（ $2 \leqq x \leqq 6$ ）

2. 次の関数のグラフの概形を描き，最大値・最小値を求めよ. ( ) 内は定義域とする.

(S 級 2 分 40 秒，A 級 3 分 30 秒，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分)

(1) $y = -x^2 + 5 \quad (-3 \leqq x \leqq 2)$

(2) $y = x^2 + 4x - 3 \quad \left(-3 \leqq x \leqq \dfrac{3}{2} \right)$

(3) $y = \dfrac{1}{6}x^2 - x + 1 \quad (-2 \leqq x \leqq 2)$

反射テスト　２次関数　最大最小　01　解答解説

1.　次の関数のグラフの概形を描き，最大値・最小値を求めよ．( ) 内は定義域とする．

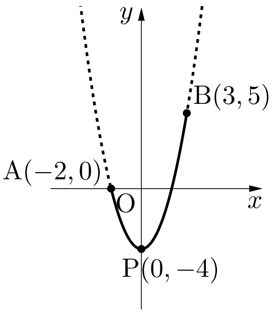
（ S 級 2 分 40 秒，A 級 3 分 30 秒，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）

★ 2 次関数の最大最小

① 平方完成し，**グラフを描く**．　←最重要

② 頂点と **定義域に注意して，最大最小を求める．**

(1)　$y = x^2 - 4$　（ $-2 \leqq x \leqq 3$ ）



頂点 $(0, -4)$ であるから，左図のようなグラフになる．

定義域の端点を A，B，頂点を P として，定義域外を点線で表した．

$x = -2$ のとき，関数に代入して，　$y = (-2)^2 - 4 = 0$　$\Rightarrow$　$\mathrm{A}(-2, 0)$

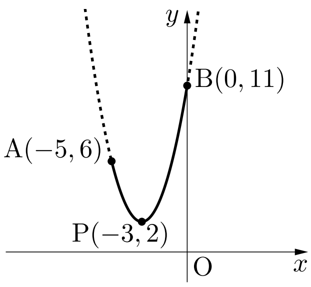
$x = 3$ のとき，$y = 3^2 - 4 = 5$　$\Rightarrow$　$\mathrm{B}(3, 5)$

左図の実線の中で，一番高いところが最大値，一番低いところが最小値である．

最大値　$y = 5$　（ $x = 3$ ）

最小値　$y = -4$　（ $x = 0$ ）

(2)　$y = x^2 + 6x + 11$　（ $-5 \leqq x \leqq 0$ ）



頂点は，関数の右辺を平方完成して，

$y = x^2 + 6x + 9 - 9 + 11 = (x+3)^2 + 2$　$\Rightarrow$　頂点 $(-3, 2)$

定義域の端点を A，B，頂点を P として，定義域外を点線で表した．

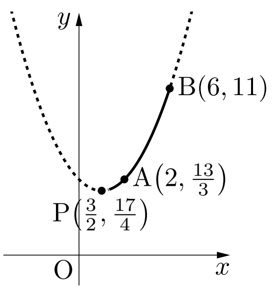
$x = -5$ のとき，　$y = (-5+3)^2 + 2 = 6$　$\Rightarrow$　$\mathrm{A}(-5, 6)$

$x = 0$ のとき，　$y = 0 + 0 + 11 = 11$　$\Rightarrow$　$\mathrm{B}(0, 11)$

最大値　$y = 11$　（ $x = 0$ ）

最小値　$y = 2$　（ $x = -3$ ）

(3)　$y = \dfrac{1}{3}x^2 - x + 5$　（ $2 \leqq x \leqq 6$ ）



頂点は，関数の右辺を平方完成して，

$y = \frac{1}{3}x^2 - x + 5 = \frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{17}{4}$　$\Rightarrow$　頂点 $\left(\frac{3}{2}, \frac{17}{4}\right)$

定義域の端点を A，B，頂点を P として，定義域外を点線で表した．

$x = 2$ のとき，　$y = \frac{1}{3}\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{17}{4} = \frac{13}{3}$　$\Rightarrow$　$\mathrm{A}\left(2, \frac{13}{3}\right)$

$x = 6$ のとき，　$y = \frac{1}{3} \cdot 6^2 - 6 + 5 = 11$　$\Rightarrow$　$\mathrm{B}(6, 11)$

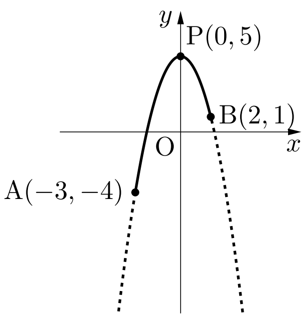
最大値　$y = 11$　（ $x = 6$ ）

最小値　$y = \dfrac{13}{3}$　（ $x = 2$ ）

2.　次の関数のグラフの概形を描き，最大値・最小値を求めよ．( ) 内は定義域とする．

（ S 級 2 分 40 秒，A 級 3 分 30 秒，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）

(1)　$y = -x^2 + 5$　$(-3 \leqq x \leqq 2)$



頂点 $(0, 5)$ で上に凸であるから，左図のようなグラフになる．

定義域の端点を A，B，頂点を P として，定義域外を点線で表した．

$x = -3$ のとき，関数に代入して，$y = -3^2 + 5 = -4$　$\Rightarrow$　$\mathrm{A}(-3, -4)$

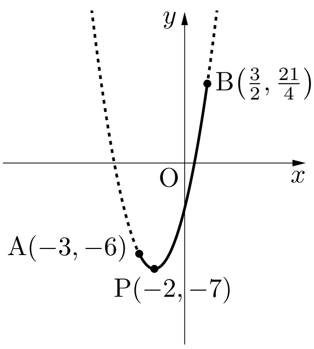
$x = 2$ のとき，$y = -2^2 + 5 = 1$　$\Rightarrow$　$\mathrm{B}(2, 1)$

左図の実線の中で，一番高いところが最大値，一番低いところが最小値である．

最大値　$\boldsymbol{y = 5}$　$\boldsymbol{(x = 0)}$

最小値　$\boldsymbol{y = -4}$　$\boldsymbol{(x = -3)}$

(2)　$y = x^2 + 4x - 3$　$\left(-3 \leqq x \leqq \dfrac{3}{2} \right)$



頂点は，関数の右辺を平方完成して，

$y = x^2 + 4x + 4 - 4 - 3 = (x + 2)^2 - 7$　$\Rightarrow$　頂点 $(-2, -7)$

定義域の端点を A，B，頂点を P として，定義域外を点線で表した．

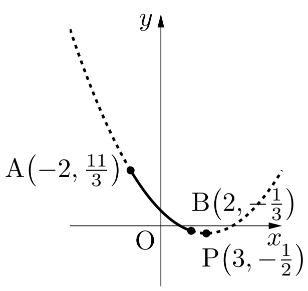
$x = -3$ のとき，　$y = (-3 + 2)^2 - 7 = -6$　$\Rightarrow$　$\mathrm{A}(-3, -6)$

$x = \dfrac{3}{2}$ のとき，　$y = (\dfrac{3}{2} + 2)^2 - 7 = \dfrac{21}{4}$　$\Rightarrow$　$\mathrm{B}(\dfrac{3}{2}, \dfrac{21}{4})$

最大値　$\boldsymbol{y = \dfrac{21}{4}}$　$\boldsymbol{\left(x = \dfrac{3}{2} \right)}$

最小値　$\boldsymbol{y = -7}$　$\boldsymbol{(x = -2)}$

(3)　$y = \dfrac{1}{6}x^2 - x + 1$　$(-2 \leqq x \leqq 2)$



頂点は，関数の右辺を平方完成して，

$y = \frac{1}{6}x^2 - x + 1 = \frac{1}{6}(x - 3)^2 - \frac{1}{2}$　$\Rightarrow$　頂点 $(3, -\frac{1}{2})$

定義域の端点を A，B，頂点を P として，定義域外を点線で表した．

$x = -2$ のとき，　$y = \frac{1}{6} \cdot (-2)^2 - (-2) + 1 = \frac{11}{3}$　$\Rightarrow$　$\mathrm{A}\left(-2, \frac{11}{3}\right)$

$x = 2$ のとき，　$y = \frac{1}{6} \cdot 2^2 - 2 + 1 = -\frac{1}{3}$　$\Rightarrow$　$\mathrm{B}\left(2, -\frac{1}{3}\right)$

最大値　$\boldsymbol{y = \dfrac{11}{3}}$　$\boldsymbol{(x = -2)}$

最小値　$\boldsymbol{y = -\dfrac{1}{3}}$　$\boldsymbol{(x = 2)}$