

## 反射テスト 2次関数 頂点の座標 02

1. 次の2次関数の頂点の座標を求めよ。(S級1分20秒, A級2分, B級2分30秒, C級3分)

(1)  $y = x^2 - 4ax$

(2)  $y = x^2 + 3ax + a^2$

(3)  $y = 5ax^2 + 8ax - a$

(4)  $y = \frac{1}{a}x^2 - ax$

2. 次の2次関数の頂点の座標を求めよ。(S級1分20秒, A級2分, B級2分30秒, C級3分)

(1)  $y = x^2 + 8ax$

(2)  $y = x^2 - 5ax + 6a^2$

(3)  $y = 3ax^2 + 7ax + 4a$

(4)  $y = -\frac{1}{2a}x^2 + ax$

## 反射テスト 2次関数 頂点の座標 02 解答解説

1. 次の2次関数の頂点の座標を求めよ。(S級1分20秒, A級2分, B級2分30秒, C級3分)

### ★2次関数の頂点の座標

2次関数を平方完成すればよい。

$$y = ax^2 + bx + c \Leftrightarrow y = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$\Rightarrow 2次関数 y = ax^2 + bx + c の頂点 \left( -\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$$

☆公式を利用すれば解くのは早いですが、平方完成でできることが最重要である。

(1)  $y = x^2 - 4ax$

(2)  $y = x^2 + 3ax + a^2$

$$y = x^2 - 4ax + 4a^2 - 4a^2 \leftarrow (-4a) の半分の二乗を加減$$

$$= (x - 2a)^2 - 4a^2$$

頂点  $(2a, -4a^2)$

$$y = x^2 + 3ax + \left(\frac{3}{2}a\right)^2 - \left(\frac{3}{2}a\right)^2 + a^2$$

$$= \left(x + \frac{3}{2}a\right)^2 - \frac{9}{4}a^2 + \frac{4}{4}a^2$$

$$= \left(x + \frac{3}{2}a\right)^2 - \frac{5}{4}a^2$$

頂点  $\left(-\frac{3}{2}a, -\frac{5}{4}a^2\right)$

(3)  $y = 5ax^2 + 8ax - a$

(4)  $y = \frac{1}{a}x^2 - ax$

$$y = 5a \left( x^2 + \frac{8}{5}x \right) - a$$

$$= 5a \left\{ x^2 + \frac{8}{5}x + \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 \right\} - a$$

$$= 5a \left( x + \frac{4}{5} \right)^2 - 5a \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 - a$$

$$= 5a \left( x + \frac{4}{5} \right)^2 - \frac{16}{5}a - \frac{5}{5}a$$

$$= 5a \left( x + \frac{4}{5} \right)^2 - \frac{21}{5}a$$

頂点  $\left(-\frac{4}{5}, -\frac{21}{5}a\right)$

$$y = \frac{1}{a} (x^2 - a^2x)$$

$$= \frac{1}{a} \left\{ x^2 - a^2x + \left(\frac{a^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{a^2}{2}\right)^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{a} \left\{ x^2 - a^2x + \left(\frac{a^2}{2}\right)^2 \right\} - \frac{1}{a} \times \left(\frac{a^2}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{a} \left( x - \frac{a^2}{2} \right)^2 - \frac{a^3}{4}$$

頂点  $\left(\frac{a^2}{2}, -\frac{a^3}{4}\right)$

2. 次の2次関数の頂点の座標を求めよ。(S級1分20秒, A級2分, B級2分30秒, C級3分)

(1)  $y = x^2 + 8ax$

$$y = x^2 + 8ax + 16a^2 - 16a^2 \leftarrow 8a \text{ の半分の二乗を加減}$$

$$= (x + 4a)^2 - 16a^2$$

**頂点**  $(-4a, -16a^2)$

(2)  $y = x^2 - 5ax + 6a^2$

$$y = x^2 - 5ax + \left(\frac{5}{2}a\right)^2 - \left(\frac{5}{2}a\right)^2 + 6a^2$$

$$= \left(x - \frac{5}{2}a\right)^2 - \frac{25}{4}a^2 + \frac{24}{4}a^2$$

$$= \left(x - \frac{5}{2}a\right)^2 - \frac{1}{4}a^2$$

**頂点**  $\left(\frac{5}{2}a, -\frac{1}{4}a^2\right)$

(3)  $y = 3ax^2 + 7ax + 4a$

$$y = 3a\left(x^2 + \frac{7}{3}x\right) + 4a$$

$$= 3a\left\{x^2 + \frac{7}{3}x + \left(\frac{7}{6}\right)^2 - \left(\frac{7}{6}\right)^2\right\} + 4a$$

$$= 3a\left(x + \frac{7}{6}\right)^2 - 3a \times \left(\frac{7}{6}\right)^2 + 4a$$

$$= 3a\left(x + \frac{7}{6}\right)^2 - \frac{49}{12}a + \frac{48}{12}a$$

$$= 3a\left(x + \frac{7}{6}\right)^2 - \frac{1}{12}a$$

**頂点**  $\left(-\frac{7}{6}, -\frac{1}{12}a\right)$

(4)  $y = -\frac{1}{2a}x^2 + ax$

$$y = -\frac{1}{2a}(x^2 - 2a^2x)$$

$$= -\frac{1}{2a}\left\{x^2 - 2a^2x + \left(\frac{2a^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{2a^2}{2}\right)^2\right\}$$

$$= -\frac{1}{2a}\left\{x^2 - 2a^2x + (a^2)^2\right\} + \frac{1}{2a} \times (a^2)^2$$

$$= -\frac{1}{2a}(x - a^2)^2 + \frac{a^3}{2}$$

**頂点**  $\left(a^2, \frac{a^3}{2}\right)$