反射テスト　2次関数　決定　01

1.　(x, y) 座標平面上で，次の条件を満たす 2 次関数を求めよ．(S 級 3 分 30 秒，A 級 5 分，B 級 7 分 30 秒，C 級 10 分)

(1)　3 点 $(-1, 13), (0, 6), (1, 1)$ を通る．

(2)　軸の方程式が $x = 4$ で 2 点 $(-2, -17), (2, -1)$ を通る．

(3)　$y = 2x^2$ を x 軸の正の方向に $+3$，y 軸の正の方向に -6 平行移動したもの．

(4)　x 切片が $-3, 2$ であり，y 切片が 5．

2.　(x, y) 座標平面上で，次の条件を満たす 2 次関数を求めよ．(S 級 4 分，A 級 6 分，B 級 8 分 30 秒，C 級 11 分)

(1)　3 点 $(-2, -23), (0, -3), (4, -11)$ を通る．

(2)　軸の方程式が $x = -3$ で 2 点 $(-1, 1), (3, 49)$ を通る．

(3)　$y = -2x^2$ を x 軸の正の方向に -4，y 軸の正の方向に -2 平行移動したもの．

(4)　x 切片が $-1, 3$ であり，y 切片が -2．

反射テスト　２次関数　決定　01　解答解説

1.　(x, y) 座標平面上で，次の条件を満たす２次関数を求めよ．(S 級３分 30 秒，A 級５分，B 級７分 30 秒，C 級 10 分)

★２次関数の決定

① $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$　基本形

② $\boldsymbol{y = a(x-p)^2 + q}$　頂点 (p, q) が分かっている場合

③ $\boldsymbol{y = a(x-s)(x-t)}$　x 切片 $(s, 0), (t, 0)$ が２つとも分かっている場合

どれも３つの条件で決まることに留意．また，略図を描いて確かめること．$+-$ のミスを見つけやすい．

(1)　3 点 $(-1, 13), (0, 6), (1, 1)$ を通る．

求める２次関数を

$y = ax^2 + bx + c$　とおく．

$(-1, 13)$　を通るから，　$13 = a - b + c$

$(0, 6)$　を通るから，　$6 = c$

$(1, 1)$　を通るから，　$1 = a + b + c$

解いて　$a = 1$, $b = -6$, $c = 6$

$$\boldsymbol{y = x^2 - 6x + 6}$$

(2)　軸の方程式が $x = 4$ で２点 $(-2, -17), (2, -1)$ を通る．

軸の方程式が $x = 4$ だから，頂点の x 座標が 4.

求める２次関数を

$y = a(x-4)^2 + q$　とおける．

$(-2, -17)$　を通るから，　$-17 = 36a + q$

$(2, -1)$　を通るから，　$-1 = 4a + q$

解いて　$a = -\dfrac{1}{2}$, $q = 1$

$$\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 1}$$

(3)　$y = 2x^2$ を x 軸の正の方向に $+3$，y 軸の正の方向に -6 平行移動したもの．

$y = 2x^2$ の頂点は原点 $(0, 0)$ だから，

平行移動後の頂点は $(+3, -6)$.

$$\boldsymbol{y = 2(x-3)^2 - 6}$$

(4)　x 切片が $-3, 2$ であり，y 切片が 5.

x 切片 $(-3, 0), (2, 0)$ から，求める２次関数は

$y = a\{x - (-3)\}(x - 2)$　とおける．

y 切片 $(0, 5)$ から，$x = 0, y = 5$ を代入して，

$5 = a(0+3)(0-2)$

$\Leftrightarrow$　$5 = -6a$

$\Leftrightarrow$　$a = -\dfrac{5}{6}$

$$\boldsymbol{y = -\frac{5}{6}(x+3)(x-2)}$$

2. (x,y) 座標平面上で，次の条件を満たす 2 次関数を求めよ．(S 級 4 分，A 級 6 分，B 級 8 分 30 秒，C 級 11 分)

★ 2 次関数の決定

① $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$ 　基本形

② $\boldsymbol{y = a(x-p)^2 + q}$ 　頂点 (p,q) が分かっている場合

③ $\boldsymbol{y = a(x-s)(x-t)}$ 　x 切片 $(s,0),(t,0)$ が 2 つとも分かっている場合

どれも 3 つの条件で決まることに留意．また，略図を描いて確かめること．$+-$ のミスを見つけやすい．

(1) 3 点 $(-2,-23),(0,-3),(4,-11)$ を通る．

求める 2 次関数を

$y = ax^2 + bx + c$ 　とおく．

$(-2,-23)$ を通るから，$-23 = 4a - 2b + c$

$(0,-3)$ を通るから，$-3 = c$

$(4,-11)$ を通るから，$-11 = 16a + 4b + c$

解いて　$a = -2$, $b = 6$, $c = -3$

$$\boldsymbol{y = -2x^2 + 6x - 3}$$

(2) 軸の方程式が $x = -3$ で 2 点 $(-1,1),(3,49)$ を通る．

軸の方程式が $x = -3$ だから，頂点の x 座標が -3.

求める 2 次関数を

$y = a(x+3)^2 + q$ 　とおける．

$(-1,1)$ を通るから，$1 = 4a + q$

$(3,49)$ を通るから，$49 = 36a + q$

解いて　$a = \dfrac{3}{2}$, $q = -5$

$$\boldsymbol{y = \frac{3}{2}(x+3)^2 - 5}$$

(3) $y = -2x^2$ を x 軸の正の方向に -4，y 軸の正の方向に -2 平行移動したもの．

$y = -2x^2$ の頂点は原点 $(0,0)$ だから，

平行移動後の頂点は $(-4,-2)$.

$$\boldsymbol{y = -2(x+4)^2 - 2}$$

(4) x 切片が $-1, 3$ であり，y 切片が -2.

x 切片 $(-1,0),(3,0)$ から，求める 2 次関数は

$y = a\{x-(-1)\}(x-3)$ 　とおける．

y 切片 $(0,-2)$ から，$x = 0, y = -2$ を代入して，

$-2 = a(0+1)(0-3)$

$\Leftrightarrow$ $-2 = -3a$

$\Leftrightarrow$ $a = \dfrac{2}{3}$

$$\boldsymbol{y = \frac{2}{3}(x+1)(x-3)}$$