

反射テスト 2次方程式 文字式 02

1. 次の方程式を実数の範囲内で x について解け. a は x に依存しない実数の定数とする.

(S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) $x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$

(2) $x^2 - (a - 2)x - 2a = 0$

(3) $ax^2 - (2a - 1)x + a + 1 = 0$

2. 次の方程式を実数の範囲内で x について解け. a は x に依存しない実数の定数とする.

(S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) $x^2 + 5ax - 6a^2 = 0$

(2) $2x^2 - (a - 4)x - 2a = 0$

(3) $ax^2 - 2(a + 2)x + a - 2 = 0$

反射テスト 2次方程式 文字式 02 解答解説

1. 次の方程式を実数の範囲内で x について解け. a は x に依存しない実数の定数とする.

(S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

$$(1) \quad x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - a)(x - 2a) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = a \text{ 又は } x = 2a \quad \cdots\text{答え}$$

$$(2) \quad x^2 - (a - 2)x - 2a = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)(x - a) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \text{ 又は } x = a \quad \cdots\text{答え}$$

$$(3) \quad ax^2 - (2a - 1)x + a + 1 = 0$$

★ x^2 の係数に注意

$$\textcircled{1} \quad a = 0 \text{ のとき, } x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

$\textcircled{2} \quad a \neq 0$ のとき,

$$\text{判別式 } D = \{-(2a - 1)\}^2 - 4 \times a \times (a + 1) = -8a + 1$$

$a \leq \frac{1}{8}$ のとき,

$$x = \frac{-\{-(2a - 1)\} \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2a - 1 \pm \sqrt{1 - 8a}}{2a}$$

$$\text{答え} \begin{cases} x = -1 & (a = 0 \text{ のとき}) \\ x = \frac{2a - 1 \pm \sqrt{1 - 8a}}{2a} & (a < 0 \text{ 又は } 0 < a \leq \frac{1}{8} \text{ のとき}) \\ x \text{ は解なし} & (\frac{1}{8} < a \text{ のとき}) \end{cases}$$

2. 次の方程式を実数の範囲内で x について解け. a は x に依存しない実数の定数とする.

(S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) $x^2 + 5ax - 6a^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x + 6a)(x - a) = 0$

$\Leftrightarrow x = -6a$ 又は $x = a$ …答え

(2) $2x^2 - (a - 4)x - 2a = 0$

$\Leftrightarrow (x + 2)(2x - a) = 0$

$\Leftrightarrow x = -2$ 又は $x = \frac{a}{2}$ …答え

(3) $ax^2 - 2(a + 2)x + a - 2 = 0$

★ x^2 の係数に注意

① $a = 0$ のとき, $-4x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

② $a \neq 0$ のとき,

判別式 $D/4 = \{-(a + 2)\}^2 - a \times (a - 2) = 6a + 4$

$a \geq -\frac{2}{3}$ のとき,

$$x = \frac{-\{-(a + 2)\} \pm \sqrt{D/4}}{a}$$

$\Leftrightarrow x = \frac{a + 2 \pm \sqrt{6a + 4}}{a}$

$$\text{答え} \begin{cases} x = -\frac{1}{2} & (a = 0 \text{ のとき}) \\ x = \frac{a + 1 \pm \sqrt{6a + 4}}{a} & \left(-\frac{2}{3} \leq a < 0 \text{ 又は } 0 < a \text{ のとき}\right) \\ x \text{ は解なし} & \left(a < -\frac{2}{3} \text{ のとき}\right) \end{cases}$$