

## 反射テスト 2次方程式 文字式 01

1. 次の方程式を実数の範囲内で  $x$  について解け.  $a$  は  $x$  に依存しない実数の定数とする.

( S 級 1 分, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 30 秒 )

(1)  $x^2 = a^2$

(2)  $x^2 - (a + 1)x + a = 0$

(3)  $ax^2 - 2(a + 1)x + 2 = 0$

2. 次の方程式を実数の範囲内で  $x$  について解け.  $a$  は  $x$  に依存しない実数の定数とする.

( S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 )

(1)  $x^2 = ax$

(2)  $x^2 - (2a + 3)x + 6a = 0$

(3)  $(a + 1)x^2 - 2(a + 1)x + 2 = 0$

## 反射テスト 2次方程式 文字式 01 解答解説

1. 次の方程式を実数の範囲内で  $x$  について解け.  $a$  は  $x$  に依存しない実数の定数とする.

(S 級 1 分, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 30 秒)

(1)  $x^2 = a^2$

$$\Leftrightarrow x^2 - a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+a)(x-a) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -a \text{ 又は } x = a \quad \dots\text{答え}$$

(2)  $x^2 - (a+1)x + a = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-a) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ 又は } x = a \quad \dots\text{答え}$$

☆別解

解の公式に代入すると,

$$x = \frac{(a+1) \pm \sqrt{(a+1)^2 - 4a}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a+1 \pm \sqrt{a^2 - 2a + 1}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a+1 \pm \sqrt{(a-1)^2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a+1 \pm |a-1|}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a+1 \pm (a-1)}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 1, a$$

(3)  $ax^2 - 2(a+1)x + 2 = 0$

★  $x^2$  の係数に注意

問題文に「2次方程式」とないので場合分けが必要.

①  $a = 0$  のとき,  $-2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

②  $a \neq 0$  のとき,

判別式  $D/4 = \{-(a+1)\}^2 - a \times 2 = a^2 + 1$

$a$  が実数であるから, 判別式は常に正である.

偶数公式を用いて,

$$x = \frac{-\{-(a+1)\} \pm \sqrt{D/4}}{a}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a+1 \pm \sqrt{a^2+1}}{a}$$

$$\text{答え} \begin{cases} x = 1 & (a = 0 \text{ のとき}) \\ x = \frac{a+1 \pm \sqrt{a^2+1}}{a} & (a \neq 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

2. 次の方程式を実数の範囲内で  $x$  について解け.  $a$  は  $x$  に依存しない実数の定数とする.

( S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 )

(1)  $x^2 = ax$

$\Leftrightarrow x^2 - ax = 0$

$\Leftrightarrow x(x - a) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$  又は  $x = a$  …答え

(2)  $x^2 - (2a + 3)x + 6a = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3)(x - 2a) = 0$

$\Leftrightarrow x = 3$  又は  $x = 2a$  …答え

☆別解

解の公式に代入すると,

$$x = \frac{(2a + 3) \pm \sqrt{(2a + 3)^2 - 24a}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2a + 3 \pm \sqrt{(2a - 3)^2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2a + 3 \pm |2a - 3|}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2a + 3 \pm (2a - 3)}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 3, 2a$$

(3)  $(a + 1)x^2 - 2(a + 1)x + 2 = 0$

★  $x^2$  の係数に注意

問題文に「2次方程式」とないので場合分けが必要.

①  $a = -1$  のとき,  $0x + 2 = 0 \Leftrightarrow x$  は解なし

②  $a \neq -1$  のとき,

判別式  $D/4 = \{-(a + 1)\}^2 - (a + 1) \times 2 = a^2 - 1$

$D \geq 0 \Leftrightarrow a \leq -1$  又は  $1 \leq a$

ただし,  $a \neq -1$  より,

$a < -1$  又は  $1 \leq a$  のとき, 実数解をもち,

$$x = \frac{-\{-(a + 1)\} \pm \sqrt{D/4}}{a + 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a + 1 \pm \sqrt{a^2 - 1}}{a + 1}$$

$-1 < a < 1$  のとき, 判別式  $D < 0$  より,

この2次方程式の解はなし.

$$\text{答え} \begin{cases} x \text{ は解なし} & (-1 \leq a < 1 \text{ のとき}) \\ x = \frac{a + 1 \pm \sqrt{a^2 - 1}}{a + 1} & (a < -1 \text{ 又は } 1 \leq a \text{ のとき}) \end{cases}$$