

反射テスト 2次方程式 「はじき」の条件 01

1. 次の問に答えよ。(S級1分20秒, A級2分10秒, B級3分, C級4分)

(1) x についての2次方程式 $x^2 - 4x + k = 0$ の解が異なる2つの正の実数解であるとき, k の値の範囲を求めよ.

(2) x についての2次方程式 $x^2 - 2kx + 1 = 0$ の解がすべて1以上であるとき, k の値の範囲を求めよ.

2. 次の問に答えよ。(S級1分20秒, A級2分10秒, B級3分, C級4分)

(1) x についての2次方程式 $x^2 - 6x + k = 0$ の解が異なる2つの正の実数解であるとき, k の値の範囲を求めよ.

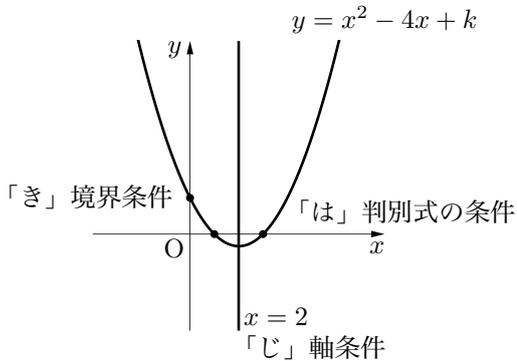
(2) x についての2次方程式 $x^2 - 2kx + 4 = 0$ の解がすべて1以上であるとき, k の値の範囲を求めよ.

反射テスト 2次方程式 「はじき」の条件 01 解答解説

1. 次の間に答えよ。(S級1分20秒, A級2分10秒, B級3分, C級4分)

(1) x についての2次方程式 $x^2 - 4x + k = 0$ の解が異なる2つの正の実数解であるとき, k の値の範囲を求めよ.

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 - 4 + k = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$



★「2次方程式の実数解に**範囲の条件**がある」 \Rightarrow 「**はじき**」の条件

- ①「は」判別式の条件 異なる2つの実数解をもつ.
 $\Leftrightarrow D > 0 \Leftrightarrow (-2)^2 - 1 \cdot k > 0 \Leftrightarrow k < 4$
- ②「じ」軸が正
 \Leftrightarrow 頂点の x 座標が2であるから満たしている.
- ③「き」境界条件 $x = 0$ のとき①の左辺は正である.
 $\Leftrightarrow k > 0$

①から③より, $0 < k < 4$ …答え

(2) x についての2次方程式 $x^2 - 2kx + 1 = 0$ の解がすべて1以上であるとき, k の値の範囲を求めよ.

$$\text{与方程式} \Leftrightarrow (x-k)^2 - k^2 + 1 = 0$$

①「は」判別式の条件

$$2\text{次方程式が実数解をもつ} \Leftrightarrow D \geq 0$$

$$\therefore k^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow (k+1)(k-1) \geq 0 \Leftrightarrow k \leq -1 \text{ 又は } 1 \leq k$$

②「じ」軸条件

$$\text{軸の } x \text{ 座標が1以上} \Rightarrow k \geq 1$$

③「き」境界条件

$$x = 1 \text{ のとき, 左辺が0以上} \Rightarrow 1^2 - 2k \cdot 1 + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2 - 2k \geq 0 \Leftrightarrow k \leq 1$$

①から③より, $k = 1$ …答え

2. 次の間に答えよ。(S級1分20秒, A級2分10秒, B級3分, C級4分)

(1) x についての2次方程式 $x^2 - 6x + k = 0$ の解が異なる2つの正の実数解であるとき, k の値の範囲を求めよ.

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 - 9 + k = 0$$

★「2次方程式の実数解に範囲の条件がある」 \Rightarrow 「はじき」の条件

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{①「は」判別式の条件} \quad \text{異なる2つの実数解} \Rightarrow D > 0 \Rightarrow (-3)^2 - 1 \cdot k > 0 \Rightarrow k < 9 \\ \text{②「じ」軸が正} \Rightarrow \text{頂点の} x \text{座標が3であるから満たしてる} \\ \text{③「き」境界条件} \Rightarrow x = 0 \text{ のとき左辺は正} \Rightarrow k > 0 \end{array} \right.$$

①から③より, $0 < k < 9$ …答え

(2) x についての2次方程式 $x^2 - 2kx + 4 = 0$ の解がすべて1以上であるとき, k の値の範囲を求めよ.

$$\text{与方程式} \Leftrightarrow (x-k)^2 - k^2 + 4 = 0$$

①「は」判別式の条件

$$2\text{次方程式が実数解をもつ} \Leftrightarrow D \geq 0$$

$$\therefore k^2 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow (k+2)(k-2) \geq 0 \Leftrightarrow k \leq -2 \text{ 又は } 2 \leq k$$

②「じ」軸条件

$$\text{軸の} x \text{座標が1以上} \Rightarrow k \geq 1$$

③「き」境界条件

$$x = 1 \text{ のとき, 左辺が0以上} \Rightarrow 1^2 - 2k \cdot 1 + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 5 - 2k \geq 0 \Leftrightarrow k \leq \frac{5}{2}$$

①から③より, $2 \leq k \leq \frac{5}{2}$ …答え