

反射テスト 2次方程式 解の公式の見直し 基礎 01

1. 次の2次方程式を解き、見直しを式を書いてせよ。(S級1分50秒, A級2分20秒, B級3分, C級4分)

(1) $\frac{1}{2}x^2 = x$

(2) $6x^2 - x - 15 = 0$

(3) $3x^2 + 2x - 30 = 0$

2. 次の2次方程式を解き、見直しを式を書いてせよ。(S級1分50秒, A級2分20秒, B級3分, C級4分)

(1) $x(x - 2) = x + 10$

(2) $6x^2 - 7x - 20 = 0$

(3) $2x^2 + 3x - 12 = 0$

反射テスト 2次方程式 解の公式の見直し 基礎 01 解答解説

1. 次の2次方程式を解き、見直しを式を書いてせよ。(S級1分50秒, A級2分20秒, B級3分, C級4分)

★2次方程式の見直し

- ① 解が簡単な整数である場合は、代入して確かめる。
- ② ①の計算が面倒である場合は、解と係数の関係を用いて確認する。

★解と係数の関係

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \text{ の2解を } \alpha, \beta \text{ とする。} \Leftrightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad \text{かつ} \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

(1) $\frac{1}{2}x^2 = x$

$$\begin{aligned} x^2 &= 2x \\ x^2 - 2x &= 0 \\ x(x-2) &= 0 \\ x = 0 \text{ 又は } x = 2 \end{aligned}$$

見直し

☆解が整数なので代入するのが容易。

$$\begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow \begin{cases} \text{左辺} = \frac{1}{2} \times 0^2 = 0 \\ \text{右辺} = 0 \end{cases} \quad \cdots OK \\ x = 2 &\Rightarrow \begin{cases} \text{左辺} = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2 \\ \text{右辺} = 2 \end{cases} \quad \cdots OK \end{aligned}$$

(2) $6x^2 - x - 15 = 0$

$$\begin{aligned} (2x+3)(3x-5) &= 0 && \leftarrow \text{たすき掛けの因数分解} \\ x = -\frac{3}{2} \text{ 又は } x = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & \times & 3 & \rightarrow & 9 \\ 3 & \times & -5 & \rightarrow & -15 \\ & & & & -1 \end{array}$$

見直し

☆代入してもよいが、解と係数の関係を用いる方が簡便。

$$\begin{cases} \text{解の和} & -\frac{3}{2} + \frac{5}{3} = \frac{1}{6} \\ \text{解の積} & -\frac{3}{2} \times \frac{5}{3} = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

よって、この2解をもつ2次方程式は、

$$\begin{aligned} x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{5}{2} &= 0 \\ \Leftrightarrow 6x^2 - x - 15 &= 0 \quad \cdots OK \end{aligned}$$

(3) $3x^2 + 2x - 30 = 0$

偶数公式より、

$$\begin{aligned} x &= \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 3 \times (-30)}}{3} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{-1 \pm \sqrt{91}}{3} \end{aligned}$$

見直し

☆代入の確かめは面倒。解と係数の関係を用いる。

$$\begin{cases} \text{解の和} & \frac{-1 - \sqrt{91}}{3} + \frac{-1 + \sqrt{91}}{3} = -\frac{2}{3} \\ \text{解の積} & \frac{-1 - \sqrt{91}}{3} \times \frac{-1 + \sqrt{91}}{3} = \frac{(-1)^2 - \sqrt{91}^2}{3^2} = \frac{1 - 91}{9} = -10 \end{cases}$$

よって、この2解をもつ2次方程式は、

$$\begin{aligned} x^2 - \left(-\frac{2}{3}\right)x - 10 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 30 &= 0 \quad \cdots OK \end{aligned}$$

2. 次の2次方程式を解き、見直しを式を書いてせよ。(S級1分50秒, A級2分20秒, B級3分, C級4分)

(1) $x(x-2) = x+10$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= x + 10 \\ x^2 - 3x - 10 &= 0 \\ (x+2)(x-5) &= 0 \\ x &= -2 \text{ 又は } x = 5 \end{aligned}$$

見直し 1

☆解が整数なので代入するのが容易.

$$x = -2 \Rightarrow \begin{cases} \text{左辺} = -2 \times (-2 - 2) = 8 \\ \text{右辺} = -2 + 10 = 8 \end{cases} \quad \dots OK$$

$$x = 5 \Rightarrow \begin{cases} \text{左辺} = 5 \times (5 - 2) = 15 \\ \text{右辺} = 5 + 10 = 15 \end{cases} \quad \dots OK$$

見直し 2

☆解と係数の関係での見直しも早い.

和 3, 積 $-10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \quad \dots OK$

(2) $6x^2 - 7x - 20 = 0$

$(3x+4)(2x-5) = 0$ ←たすき掛けの因数分解
 $x = -\frac{4}{3}$ 又は $x = \frac{5}{2}$

$$\begin{array}{r} 2 \quad \times \quad -5 \quad \rightarrow \quad -15 \\ 3 \quad \times \quad 4 \quad \rightarrow \quad 12 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad -7 \end{array}$$

見直し

☆代入してもよいが、解と係数の関係を用いる方が簡便.

$$\begin{cases} \text{解の和} & -\frac{4}{3} + \frac{5}{2} = \frac{7}{6} \\ \text{解の積} & -\frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = -\frac{10}{3} \end{cases}$$

よって、この2解をもつ2次方程式は、

$$x^2 - \frac{7}{6}x - \frac{10}{3} = 0$$

$\Leftrightarrow 6x^2 - 7x - 20 = 0 \quad \dots OK$

(3) $2x^2 + 3x - 12 = 0$

偶数公式より、

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-12)}}{2 \times 2}$$

$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{105}}{4}$

$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{105}}{4}$

見直し

☆代入の確かめは面倒. 解と係数の関係を用いる.

$$\begin{cases} \text{解の和} & \frac{-3 - \sqrt{105}}{4} + \frac{-3 + \sqrt{105}}{4} = -\frac{3}{2} \\ \text{解の積} & \frac{-3 - \sqrt{105}}{4} \times \frac{-3 + \sqrt{105}}{4} = \frac{(-3)^2 - \sqrt{105}^2}{4^2} = \frac{9 - 105}{16} = -6 \end{cases}$$

よって、この2解をもつ2次方程式は、

$$x^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)x - 6 = 0$$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 12 = 0 \quad \dots OK$