

反射テスト 2次方程式 偶数公式 02

1. 偶数公式を用いて、次の方程式を解け。また、分母は有理化する必要はない。

(S 級 1 分 10 秒, A 級 1 分 50 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 30 秒)

(1) $x^2 - 10x + 2 = 0$

(2) $-3x^2 - 12x + 4 = 0$

(3) $\sqrt{7}x^2 - 2\sqrt{11}x + \sqrt{7} = 0$

(4) $3x^2 - 2(k+3)x + (2k+3) = 0$

2. 偶数公式を用いて, 次の方程式を解け. また, 分母は有理化する必要はない.

(S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分)

(1) $x^2 - 14x + 5 = 0$

(2) $x(x + 6) + 39 = 3(x - 2)^2$

(3) $\sqrt{2}x^2 + \sqrt{28}x - 2\sqrt{5} = 0$

(4) $4x^2 - 2kx + (k - 1) = 0$

反射テスト 2次方程式 偶数公式 02 解答解説

1. 偶数公式を用いて、次の方程式を解け。また、分母は有理化する必要はない。

(S級1分10秒, A級1分50秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

★2次方程式の偶数公式

$$ax^2 + 2b'x + c = 0 \quad (a \neq 0) \text{ のとき, } x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$$

(1) $x^2 - 10x + 2 = 0$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 1 \times 2}}{1}$$

$$x = 5 \pm \sqrt{25 - 2}$$

$$x = 5 \pm \sqrt{23} \quad \dots \text{答え}$$

☆ポイント

x の係数である -10 の半分を、
上の公式の b' に代入する。

(2) $-3x^2 - 12x + 4 = 0$

$$3x^2 + 12x - 4 = 0 \quad \leftarrow \text{両辺} \times (-1)$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 3 \times (-4)}}{3}$$

$$x = \frac{-6 \pm 4\sqrt{3}}{3} \quad \dots \text{答え}$$

☆ポイント

x^2 の係数を正で計算するほうが簡単である。
方程式であるから、 x^2 の係数が負のときは、
両辺 $\times (-1)$ をして、 x^2 の係数を正にする。

(3) $\sqrt{7}x^2 - 2\sqrt{11}x + \sqrt{7} = 0$

$$x = \frac{-(-\sqrt{11}) \pm \sqrt{(-\sqrt{11})^2 - \sqrt{7} \times \sqrt{7}}}{\sqrt{7}}$$

$$x = \frac{\sqrt{11} \pm \sqrt{11 - 7}}{\sqrt{7}}$$

$$x = \frac{\sqrt{11} \pm \sqrt{4}}{\sqrt{7}}$$

$$x = \frac{\sqrt{11} \pm 2}{\sqrt{7}} \quad \dots \text{答え}$$

分母を有理化すると、

$$x = \frac{\sqrt{77} \pm 2\sqrt{7}}{7} \quad \dots \text{答え}$$

(4) $3x^2 - 2(k+3)x + (2k+3) = 0$

$$x = \frac{-\{-(k+3)\} \pm \sqrt{\{-(k+3)\}^2 - 3(2k+3)}}{3}$$

$$x = \frac{(k+3) \pm \sqrt{k^2 + 6k + 9 - 6k - 9}}{3}$$

$$x = \frac{k+3 \pm \sqrt{k^2}}{3}$$

$$x = \frac{k+3 \pm |k|}{3}$$

$$x = \frac{k+3 \pm k}{3} \quad \leftarrow \pm |k| = \pm k$$

$$x = \frac{k+3+k}{3}, \frac{k+3-k}{3}$$

$$x = \frac{2k+3}{3} \text{ 又は } 1 \quad \dots \text{答え}$$

☆ポイント 1

係数が文字である場合、 a, b', c に代入するものに気をつけること。この場合、 $a = k-3, b' = -(k+3), c = k-3$ 。

☆ポイント 2

$\pm \sqrt{k^2} = \pm |k| = \pm k$ の説明

$\sqrt{k^2} = |k|$ は公式として覚えておくこと。

$k \geq 0$ のとき、 $\pm |k| = \pm k$

$k < 0$ のとき、 $\pm |k| = \pm(-k) = +(-k)$ または $-(-k)$
 $= -k$ または $+k$

よって、 $\pm |k| = \pm k$ と考えてよい。

2. 偶数公式を用いて、次の方程式を解け。また、分母は有理化する必要はない。

(S級1分50秒, A級2分30秒, B級3分40秒, C級5分)

(1) $x^2 - 14x + 5 = 0$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 1 \times 5}}{1}$$

$$x = 7 \pm \sqrt{49 - 5}$$

$$x = 7 \pm 2\sqrt{11} \quad \dots\text{答え}$$

(2) $x(x + 6) + 39 = 3(x - 2)^2$

$$x^2 + 6x + 39 = 3(x^2 - 4x + 4)$$

$$x^2 + 6x + 39 = 3x^2 - 12x + 12$$

$$0 = 2x^2 - 18x - 27 \quad \leftarrow \text{移項}$$

$$2x^2 - 18x - 27 = 0 \quad \leftarrow \text{左右入れ替え}$$

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 2 \times (-27)}}{2}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{135}}{2}$$

$$x = \frac{9 \pm 3\sqrt{15}}{2} \quad \dots\text{答え}$$

(3) $\sqrt{2}x^2 + \sqrt{28}x - 2\sqrt{5} = 0$

$$\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{7}x - 2\sqrt{5} = 0$$

と考えると、偶数公式を使う。

$$x = \frac{-\sqrt{7} \pm \sqrt{(\sqrt{7})^2 - \sqrt{2} \times (-2\sqrt{5})}}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{-\sqrt{7} \pm \sqrt{7 + 2\sqrt{10}}}{3}$$

$$x = \frac{-\sqrt{7} \pm (\sqrt{5} + \sqrt{2})}{\sqrt{2}} \quad \leftarrow \text{二重根号}$$

$$x = \frac{-\sqrt{7} \pm \sqrt{5} \pm \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad \dots\text{答え} \quad (\text{複号同順})$$

分母を有理化すると、

$$x = \frac{-\sqrt{14} \pm \sqrt{10} \pm 2}{2} \quad \dots\text{答え}$$

☆複号同順

答えにおいて、±が2つ続いている部分は、

$$x = \frac{-\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad \text{又は} \quad x = \frac{-\sqrt{7} - \sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

という意味である。

☆別解

$$\sqrt{2}x^2 + 2\sqrt{7}x - 2\sqrt{5} = 0$$

$$x^2 + \sqrt{14}x - \sqrt{10} = 0 \quad \leftarrow \text{両辺} \div \sqrt{2}$$

$$x = \frac{-\sqrt{14} \pm \sqrt{14 + 4\sqrt{10}}}{2}$$

$$x = \frac{-\sqrt{14} \pm \sqrt{14 + 2\sqrt{40}}}{2}$$

$$x = \frac{-\sqrt{14} \pm \sqrt{10} \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$x = \frac{-\sqrt{14} \pm \sqrt{10} \pm 2}{2} \quad \dots\text{答え}$$

(4) $4x^2 - 2kx + (k - 1) = 0$

$$x = \frac{-(-k) \pm \sqrt{(-k)^2 - 4(k - 1)}}{4}$$

$$x = \frac{k \pm \sqrt{k^2 - 4k + 4}}{4}$$

$$x = \frac{k \pm \sqrt{(k - 2)^2}}{4}$$

$$x = \frac{k \pm |k - 2|}{4}$$

$$x = \frac{k \pm (k - 2)}{4} \quad \leftarrow \pm |k - 2| = \pm(k - 2)$$

$$x = \frac{k + (k - 2)}{4}, \frac{k - (k - 2)}{4}$$

$$x = \frac{2k - 2}{4}, \frac{2}{4}$$

$$x = \frac{k - 1}{2}, \frac{1}{2} \quad \leftarrow \text{約分}$$

$$x = \frac{k - 1}{2} \quad \text{又は} \quad \frac{1}{2} \quad \dots\text{答え}$$