

反射テスト 2次不等式 因数分解 02

1. 次の不等式を解け。(S級2分, A級3分, B級4分, C級5分)

(1) $x^2 + 4x > 0$

(2) $-4x^2 > -36x$

(3) $x^2 - 2x - 63 < 0$

(4) $2x^2 + x - 3 > 0$

(5) $-x^2 - 4x + 6 \geq 0$

(6) $\frac{2}{3}x^2 > 3x - 2$

2. 次の不等式を解け。(S級2分, A級3分, B級4分, C級5分)

(1) $2x^2 - x < 0$

(2) $-9x^2 < 3x$

(3) $x^2 + 7x - 30 > 0$

(4) $4x^2 - 4x - 3 \leq 0$

(5) $-x^2 + 6x - 2 \leq 0$

(6) $\frac{2}{3}x^2 < 6 - x$

反射テスト 2次不等式 因数分解 02 解答解説

1. 次の不等式を解け。(S級2分, A級3分, B級4分, C級5分)

★2次不等式②

右辺が0になるように整理して, 左辺が因数分解できるときの解法 ($\alpha < \beta$ のとき)

$$(x - \alpha)(x - \beta) < 0 \Leftrightarrow \alpha < x < \beta$$

$$(x - \alpha)(x - \beta) > 0 \Leftrightarrow x < \alpha \text{ 又は } \beta < x$$

(1) $x^2 + 4x > 0$

$$\Leftrightarrow x(x + 4) > 0$$

$$\Leftrightarrow x < -4 \text{ 又は } 0 < x \quad \cdots\text{答え}$$

(2) $-4x^2 > -36x$

$$\Leftrightarrow x^2 < 9x \quad \leftarrow\text{両辺} \div (-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9x < 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 9) < 0$$

$$\Leftrightarrow 0 < x < 9 \quad \cdots\text{答え}$$

(3) $x^2 - 2x - 63 < 0$

$$\Leftrightarrow (x + 7)(x - 9) < 0$$

$$\Leftrightarrow -7 < x < 9 \quad \cdots\text{答え}$$

(4) $2x^2 + x - 3 > 0$

$$\Leftrightarrow (2x + 3)(x - 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow x < -\frac{3}{2} \text{ 又は } 1 < x \quad \cdots\text{答え}$$

(5) $-x^2 - 4x + 6 \geq 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 6 \leq 0 \quad \leftarrow\text{両辺} \times (-1)$$

左辺 = 0 のとき, 偶数公式を用いれば,

$$x = -2 \pm \sqrt{10}$$

よって与不等式は,

$$\Leftrightarrow \{x - (-2 - \sqrt{10})\}\{x - (-2 + \sqrt{10})\} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -2 - \sqrt{10} \leq x \leq -2 + \sqrt{10} \quad \cdots\text{答え}$$

(6) $\frac{2}{3}x^2 > 3x - 2$

$$\Leftrightarrow 2x^2 > 9x - 6 \quad \leftarrow\text{両辺} \times 3$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 9x + 6 > 0$$

左辺 = 0 のとき, 解の公式を用いれば,

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{33}}{4}$$

よって与不等式は,

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{9 - \sqrt{33}}{4}\right) \left(x - \frac{9 + \sqrt{33}}{4}\right) > 0$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{9 - \sqrt{33}}{4} \text{ 又は } \frac{9 + \sqrt{33}}{4} < x \quad \cdots\text{答え}$$

2. 次の不等式を解け。(S級2分, A級3分, B級4分, C級5分)

(1) $2x^2 - x < 0$

$\Leftrightarrow x(2x - 1) < 0$

$\Leftrightarrow 0 < x < \frac{1}{2}$ …答え

(2) $-9x^2 < 3x$

$\Leftrightarrow 3x^2 > -x$ ←両辺 $\div (-3)$

$\Leftrightarrow 3x^2 + x > 0$

$\Leftrightarrow x(3x + 1) > 0$

$\Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$ 又は $0 < x$ …答え

(3) $x^2 + 7x - 30 > 0$

$\Leftrightarrow (x + 10)(x - 3) > 0$

$\Leftrightarrow x < -10$ 又は $3 < x$ …答え

(4) $4x^2 - 4x - 3 \leq 0$

$\Leftrightarrow (2x + 1)(2x - 3) \leq 0$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ …答え

(5) $-x^2 + 6x - 2 \leq 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 2 \geq 0$ ←両辺 $\times (-1)$

左辺 = 0 のとき, 偶数公式を用いれば,

$$x = 3 \pm \sqrt{7}$$

よって与不等式は,

$\Leftrightarrow \{x - (3 - \sqrt{7})\}\{x - (3 + \sqrt{7})\} \geq 0$

$\Leftrightarrow x \leq 3 - \sqrt{7}$ 又は $3 + \sqrt{7} \leq x$ …答え

(6) $\frac{2}{3}x^2 < 6 - x$

$\Leftrightarrow 2x^2 < 18 - 3x$ ←両辺 $\times 3$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 18 < 0$

左辺 = 0 のとき, 解の公式を用いれば,

$$x = \frac{-3 \pm 3\sqrt{17}}{4}$$

よって与不等式は,

$\Leftrightarrow \left(x - \frac{-3 - 3\sqrt{17}}{4}\right)\left(x - \frac{-3 + 3\sqrt{17}}{4}\right) < 0$

$\Leftrightarrow \frac{-3 - 3\sqrt{17}}{4} < x < \frac{-3 + 3\sqrt{17}}{4}$ …答え