

## 反射テスト 2次不等式 2乗のみ 01

1. 次の不等式を解け. ( S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 7 分 )

$$(1) \quad x^2 > 24$$

$$(2) \quad x^2 \leq 324$$

$$(3) \quad 245 - 20x^2 \leq 0$$

$$(4) \quad (x^2 + 3)^2 < (x^2 - 6)^2$$

$$(5) \quad x > \frac{4}{x}$$

2. 次の不等式を解け. ( S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 )

$$(1) \quad x^2 < 45$$

$$(2) \quad x^2 \geq 256$$

$$(3) \quad 200 - 72x^2 \leq 0$$

$$(4) \quad (x^2 - 5)^2 \geq (x^2 + 4)^2$$

$$(5) \quad x \leq \frac{9}{x}$$

# 反射テスト 2次不等式 2乗のみ 01 解答解説

1. 次の不等式を解け. ( S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 7 分 )

## ★ 2次不等式①

$x^2 < a$  や  $x^2 > a$  の解法 ( $a > 0$  のとき)

$$\begin{cases} x^2 < a & \Leftrightarrow -\sqrt{a} < x < \sqrt{a} \\ x^2 > a & \Leftrightarrow x < -\sqrt{a} \text{ 又は } \sqrt{a} < x \end{cases}$$

(1)  $x^2 > 24$

$$\Leftrightarrow x < -\sqrt{24} \text{ 又は } \sqrt{24} < x$$

$$\Leftrightarrow x < -2\sqrt{6} \text{ 又は } 2\sqrt{6} < x \quad \cdots \text{答え}$$

(2)  $x^2 \leq 324$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{324} \leq x \leq \sqrt{324}$$

$$\Leftrightarrow -18 \leq x \leq 18 \quad \cdots \text{答え}$$

(3)  $245 - 20x^2 \leq 0$

$$\Leftrightarrow -49 + 4x^2 \geq 0 \quad \leftarrow \text{両辺} \div (-5)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 \geq 49$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq \frac{49}{4}$$

$$\Leftrightarrow x \leq -\frac{7}{2} \text{ 又は } \frac{7}{2} \leq x \quad \cdots \text{答え}$$

(4)  $(x^2 + 3)^2 < (x^2 - 6)^2$

$$\Leftrightarrow x^4 + 6x^2 + 9 < x^4 - 12x^2 + 36$$

$$\Leftrightarrow 18x^2 < 27$$

$$\Leftrightarrow x^2 < \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{\frac{3}{2}} < x < \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sqrt{6}}{2} < x < \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \cdots \text{答え}$$

(5)  $x > \frac{4}{x}$

先ず問題より  $x \neq 0$  である.  $\leftarrow \star 1$

$x$  が正負で場合分けする.  $\leftarrow \star 2$

$x > 0$  のとき, 与方程式を  $x$  倍して,

$$x^2 > 4 \Leftrightarrow x < -2 \text{ 又は } 2 < x$$

場合分けの条件  $x > 0$  とあわせて,

$$2 < x \quad \cdots ①$$

$x < 0$  のとき, 与方程式を  $x$  倍して,

$$x^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < x < 2$$

場合分けの条件  $x < 0$  とあわせて,

$$-2 < x < 0 \quad \cdots ②$$

①と②より答えは,

$$-2 < x < 0 \text{ 又は } 2 < x \quad \cdots \text{答え}$$

$\star 1$

問題文に分数式があるときは, 分母  $\neq 0$

この問題では, 分母  $x \neq 0$  として考える.

$\star 2$

不等号において両辺に変数を掛ける場合,

負の数を掛けた場合, 不等号の逆転があるため,

正負で場合分けを考える必要がある.

2. 次の不等式を解け. ( S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 )

$$(1) \quad x^2 < 45$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow -\sqrt{45} < x < \sqrt{45} \\ &\Leftrightarrow -3\sqrt{5} < x < 3\sqrt{5} \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(2) \quad x^2 \geq 256$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow x \leq -\sqrt{256} \text{ 又は } \sqrt{256} \leq x \\ &\Leftrightarrow x \leq -16 \text{ 又は } 16 \leq x \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(3) \quad 200 - 72x^2 \leq 0$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow -25 + 9x^2 \geq 0 \quad \leftarrow \text{両辺} \div (-8) \\ &\Leftrightarrow 9x^2 \geq 25 \\ &\Leftrightarrow x^2 \geq \frac{25}{9} \\ &\Leftrightarrow x \leq -\frac{5}{3} \text{ 又は } \frac{5}{3} \leq x \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(4) \quad (x^2 - 5)^2 \geq (x^2 + 4)^2$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow x^4 - 10x^2 + 25 \geq x^4 + 8x^2 + 16 \\ &\Leftrightarrow -18x^2 \geq -9 \\ &\Leftrightarrow 2x^2 \leq 1 \\ &\Leftrightarrow x^2 \leq \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow -\sqrt{\frac{1}{2}} \leq x \leq \sqrt{\frac{1}{2}} \\ &\Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(5) \quad x \leq \frac{9}{x}$$

先ず問題より  $x \neq 0$  である.

$x$  が正負で場合分けする.

$x > 0$  のとき, 与方程式を  $x$  倍して,

$$x^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$$

場合分けの条件  $x > 0$  とあわせて,

$$0 < x \leq 3 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$x < 0$  のとき, 与方程式を  $x$  倍して,

$$x^2 \geq 9 \Leftrightarrow x \leq -3 \text{ 又は } 3 \leq x$$

場合分けの条件  $x < 0$  とあわせて,

$$x \leq -3 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①と②より答えは,

$$x \leq -3 \text{ 又は } 0 < x \leq 3 \quad \cdots \text{答え}$$