

反射テスト 2次不等式 2乗のみ 01

1. 次の不等式を解け。(S級1分50秒, A級3分, B級4分30秒, C級7分)

(1) $x^2 > 24$

(2) $x^2 \leq 324$

(3) $245 - 20x^2 \leq 0$

(4) $(x^2 + 3)^2 < (x^2 - 6)^2$

(5) $x > \frac{4}{x}$

2. 次の不等式を解け. (S 級 1 分 50 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) $x^2 < 45$

(2) $x^2 \geq 256$

(3) $200 - 72x^2 \leq 0$

(4) $(x^2 - 5)^2 \geq (x^2 + 4)^2$

(5) $x \leq \frac{9}{x}$

反射テスト 2次不等式 2乗のみ 01 解答解説

1. 次の不等式を解け。(S級1分50秒, A級3分, B級4分30秒, C級7分)

★2次不等式①

$x^2 < a$ や $x^2 > a$ の解法 ($a > 0$ のとき)

$$\begin{cases} x^2 < a & \Leftrightarrow -\sqrt{a} < x < \sqrt{a} \\ x^2 > a & \Leftrightarrow x < -\sqrt{a} \text{ 又は } \sqrt{a} < x \end{cases}$$

(1) $x^2 > 24$

$$\Leftrightarrow x < -\sqrt{24} \text{ 又は } \sqrt{24} < x$$

$$\Leftrightarrow x < -2\sqrt{6} \text{ 又は } 2\sqrt{6} < x \quad \cdots\text{答え}$$

(2) $x^2 \leq 324$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{324} \leq x \leq \sqrt{324}$$

$$\Leftrightarrow -18 \leq x \leq 18 \quad \cdots\text{答え}$$

(3) $245 - 20x^2 \leq 0$

$$\Leftrightarrow -49 + 4x^2 \geq 0 \quad \leftarrow \text{両辺} \div (-5)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 \geq 49$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq \frac{49}{4}$$

$$\Leftrightarrow x \leq -\frac{7}{2} \text{ 又は } \frac{7}{2} \leq x \quad \cdots\text{答え}$$

(4) $(x^2 + 3)^2 < (x^2 - 6)^2$

$$\Leftrightarrow x^4 + 6x^2 + 9 < x^4 - 12x^2 + 36$$

$$\Leftrightarrow 18x^2 < 27$$

$$\Leftrightarrow x^2 < \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{\frac{3}{2}} < x < \sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sqrt{6}}{2} < x < \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \cdots\text{答え}$$

(5) $x > \frac{4}{x}$

先ず問題より $x \neq 0$ である。 ←☆1

x が正負で場合分けする。 ←☆2

$x > 0$ のとき, 与方程式を x 倍して,

$$x^2 > 4 \quad \Leftrightarrow \quad x < -2 \text{ 又は } 2 < x$$

場合分けの条件 $x > 0$ とあわせて,

$$2 < x \quad \cdots\text{①}$$

$x < 0$ のとき, 与方程式を x 倍して,

$$x^2 < 4 \quad \Leftrightarrow \quad -2 < x < 2$$

場合分けの条件 $x < 0$ とあわせて,

$$-2 < x < 0 \quad \cdots\text{②}$$

①と②より答えは,

$$-2 < x < 0 \text{ 又は } 2 < x \quad \cdots\text{答え}$$

☆1

問題文に分数式があるときは, 分母 $\neq 0$

この問題では, 分母 $x \neq 0$ として考える.

☆2

不等号において両辺に変数を掛ける場合,

負の数を掛けた場合, 不等号の逆転があるため,

正負で場合分けを考える必要がある.

2. 次の不等式を解け。(S級1分50秒, A級2分30秒, B級4分, C級6分)

(1) $x^2 < 45$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{45} < x < \sqrt{45}$$

$$\Leftrightarrow -3\sqrt{5} < x < 3\sqrt{5} \quad \cdots\text{答え}$$

(2) $x^2 \geq 256$

$$\Leftrightarrow x \leq -\sqrt{256} \text{ 又は } \sqrt{256} \leq x$$

$$\Leftrightarrow x \leq -16 \text{ 又は } 16 \leq x \quad \cdots\text{答え}$$

(3) $200 - 72x^2 \leq 0$

$$\Leftrightarrow -25 + 9x^2 \geq 0 \quad \leftarrow \text{両辺} \div (-8)$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 \geq 25$$

$$\Leftrightarrow x^2 \geq \frac{25}{9}$$

$$\Leftrightarrow x \leq -\frac{5}{3} \text{ 又は } \frac{5}{3} \leq x \quad \cdots\text{答え}$$

(4) $(x^2 - 5)^2 \geq (x^2 + 4)^2$

$$\Leftrightarrow x^4 - 10x^2 + 25 \geq x^4 + 8x^2 + 16$$

$$\Leftrightarrow -18x^2 \geq -9$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 \leq 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 \leq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{\frac{1}{2}} \leq x \leq \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \cdots\text{答え}$$

(5) $x \leq \frac{9}{x}$

先ず問題より $x \neq 0$ である.

x が正負で場合分けする.

$x > 0$ のとき, 与方程式を x 倍して,

$$x^2 \leq 9 \quad \Leftrightarrow \quad -3 \leq x \leq 3$$

場合分けの条件 $x > 0$ とあわせて,

$$0 < x \leq 3 \quad \cdots\text{①}$$

$x < 0$ のとき, 与方程式を x 倍して,

$$x^2 \geq 9 \quad \Leftrightarrow \quad x \leq -3 \text{ 又は } 3 \leq x$$

場合分けの条件 $x < 0$ とあわせて,

$$x \leq -3 \quad \cdots\text{②}$$

①と②より答えは,

$$x \leq -3 \text{ 又は } 0 < x \leq 3 \quad \cdots\text{答え}$$