

反射テスト 1次不等式 連立 01

1. 次の不等式を x について解け. (S 級 1分 40秒, A 級 2分 30秒, B 級 3分 30秒, C 級 5分)

$$(1) \quad \begin{cases} x + 12 < 10 \\ 9x < 7x - 6 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 3x - 4 > x + 5 \\ 2(x - 1) \leq -4 \end{cases}$$

$$(3) \quad 5x \geq 3x + 21 > 5(x - 1)$$

$$(4) \quad \begin{cases} 2(x + 3) > -4x \\ x < 2x - a \end{cases} \quad (a \text{ は実数})$$

2. 次の不等式を x について解け. (S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分 20 秒, C 級 6 分)

$$(1) \quad \begin{cases} 2x + 3 > x + 2 \\ x + 5 \geq 3x + 1 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 2x - 1 < 3x \\ \frac{x + 4}{3} \geq 2 \end{cases}$$

$$(3) \quad 16 < 4 - 3x \leq 28$$

$$(4) \quad \begin{cases} 2(x - 7) > -5x \\ 3x \geq 4x + a \end{cases} \quad (a \text{ は実数})$$

反射テスト 1次不等式 連立 01 解答解説

1. 次の不等式を x について解け。(S級1分40秒, A級2分30秒, B級3分30秒, C級5分)

★連立不等式

解は4つの基本パターンがある。「かつ」と「又は」に注意して、複雑な場合は数直線で処理しよう。

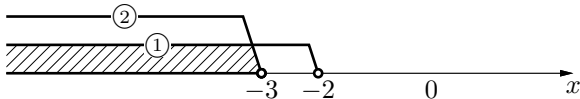
例

- ① $x > -3$ かつ $x \geq 2 \Rightarrow x \geq 2$
- ② $x < -3$ かつ $x \leq 2 \Rightarrow x < -3$
- ③ $x > -3$ かつ $x \leq 2 \Rightarrow -3 < x \leq 2$
- ④ $x < -3$ かつ $x \geq 2 \Rightarrow x$ は解なし

(1)
$$\begin{cases} x + 12 < 10 & \cdots \textcircled{1} \\ 9x < 7x - 6 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\Leftrightarrow x < -2$

② $\Leftrightarrow 2x < -6 \Leftrightarrow x < -3$



答え $x < -3$

(2)
$$\begin{cases} 3x - 4 > x + 5 & \cdots \textcircled{1} \\ 2(x - 1) \leq -4 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\Leftrightarrow 2x > 9 \Leftrightarrow x > \frac{9}{2}$

② $\Leftrightarrow x - 1 \leq -2 \Leftrightarrow x \leq -1$



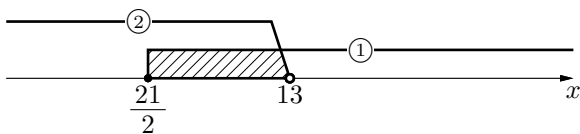
答え x は解なし

(3) $5x \geq 3x + 21 > 5(x - 1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x \geq 3x + 21 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x + 21 > 5(x - 1) & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

① $\Leftrightarrow 2x \geq 21 \Leftrightarrow x \geq \frac{21}{2}$

② $\Leftrightarrow 3x + 21 > 5x - 5 \Leftrightarrow x < 13$



答え $\frac{21}{2} \leq x < 13$

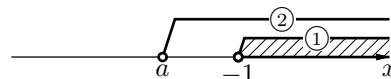
(4)
$$\begin{cases} 2(x + 3) > -4x & \cdots \textcircled{1} \\ x < 2x - a & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad (a \text{ は実数})$$

① $\Leftrightarrow x + 3 > -2x \Leftrightarrow 3x > -3 \Leftrightarrow x > -1$

② $\Leftrightarrow -x < -a \Leftrightarrow x > a$

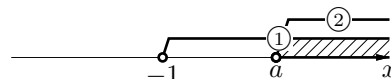
ここで場合分けして考える。

㉞ $a < -1$ のとき, 下図より $x > -1$



㉟ $a = -1$ のとき, ①と②は共通 $\Leftrightarrow x > -1$

㉟ $a > -1$ のとき, 下図より $x > a$



㉞~㉟より,

答え
$$\begin{cases} a \leq -1 \text{ のとき} & x > -1 \\ a > -1 \text{ のとき} & x > a \end{cases}$$

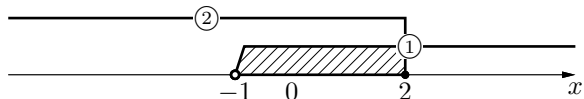
☆厳密に考えて, 最後は $a \geq -1$ としてもかまわない。

2. 次の不等式を x について解け. (S級2分, A級3分, B級4分20秒, C級6分)

$$(1) \begin{cases} 2x+3 > x+2 & \cdots \textcircled{1} \\ x+5 \geq 3x+1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow x > -1$$

$$\textcircled{2} \Leftrightarrow -2x \geq -4 \Leftrightarrow x \leq 2$$

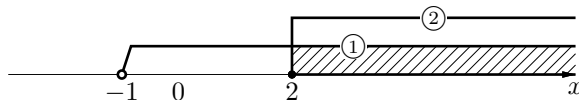


答え $-1 < x \leq 2$

$$(2) \begin{cases} 2x-1 < 3x & \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x+4}{3} \geq 2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow -x < 1 \Leftrightarrow x > -1$$

$$\textcircled{2} \Leftrightarrow x+4 \geq 6 \Leftrightarrow x \geq 2$$



答え $x \geq 2$

$$(3) 16 < 4 - 3x \leq 28$$

$$16 - 4 < -3x \leq 28 - 4 \quad \leftarrow \text{各辺} - 4$$

$$12 < -3x \leq 24$$

$$-4 > x \geq -8 \quad \leftarrow \text{各辺} \div (-3) \text{ で, 不等号逆転}$$

$$-8 \leq x < -4$$

答え $-8 \leq x < -4$

☆真ん中の辺にのみ x の項があるときは、この方法が早い。

☆別解

1(3) と同様にすれば、

$$16 < 4 - 3x \Leftrightarrow x < -4$$

$$4 - 3x \leq 28 \Leftrightarrow x \geq -8$$

$$\therefore -8 \leq x < -4$$

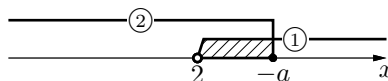
$$(4) \begin{cases} 2(x-7) > -5x & \cdots \textcircled{1} \\ 3x \geq 4x+a & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad (a \text{ は実数})$$

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow 2x - 14 > -5x \Leftrightarrow 7x > 14 \Leftrightarrow x > 2$$

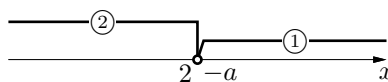
$$\textcircled{2} \Leftrightarrow -x \geq a \Leftrightarrow x \leq -a$$

ここで場合分けして考える。

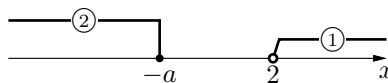
$$\textcircled{ア} \quad -a > 2 \text{ のとき, 下図より } 2 < x \leq -a$$



$$\textcircled{イ} \quad -a = 2 \text{ のとき, 下図より } x \text{ は解なし}$$



$$\textcircled{ウ} \quad -a < 2 \text{ のとき, 下図より } x \text{ は解なし}$$



$$\textcircled{ア} \text{ の場合 } -a > 2 \Leftrightarrow a < -2$$

よって, $\textcircled{ア} \sim \textcircled{ウ}$ より,

$$\text{答え} \begin{cases} a < -2 \text{ のとき} & 2 < x \leq -a \\ a \geq -2 \text{ のとき} & x \text{ は解なし} \end{cases}$$