反射テスト　文字式　二元対称式・交代式　02

1.　計算せよ.（ S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）

(1)　$x+y=3\sqrt{5}$, $xy=9$ のとき,
x^2+y^2

(2)　$x-y=-2\sqrt{10}$, $xy=\sqrt{5}$ のとき,
$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$

(3)　$x+y=2\sqrt{5}$, $x-y=-\sqrt{5}$ のとき,
$4xy$

(4)　$x+y=-\sqrt{30}$, $x-y=-\sqrt{6}$ のとき,
x^2+y^2

2. 計算せよ.（ S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 ）

(1) $x+y=4\sqrt{3}$, $xy=-6$ のとき,
x^2+y^2

(2) $x-y=-5\sqrt{3}$, $xy=\sqrt{15}$ のとき,
$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$

(3) $x+y=-3\sqrt{6}$, $x-y=-2\sqrt{2}$ のとき,
$4xy$

(4) $x+y=-3\sqrt{10}$, $x-y=-\sqrt{14}$ のとき,
x^2+y^2

反射テスト　文字式　二元対称式・交代式　02　解答解説

1.　計算せよ.（ S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）

★ 二元対称式　文字が二種類（二元）で, その 2 つを入れ替えても, 元の式と同じになるものを二元対称式という.

例　x^5+y^5 ,　$x+y+24$,　$x^3+y^3+xy-3x-3y$,　$\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}$,　$\cdots$

これらの対称式は, 必ず基本対称式（和と積）のみで表すことができる.

つまり, **x, y の二元対称式は, 基本対称式 $x+y$ と xy で表すことができる.**

★ 公式　$\boldsymbol{x^2+y^2=(x+y)^2-2xy}$

★ 二元交代式　文字が二種類（二元）で, その 2 つを入れ替えると, 元の式の -1 倍になるものを二元交代式という.

例　x^5-y^5 ,　y^2-x^2 ,　$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$,　$\cdots$

二元交代式は必ず **基本交代式 $(x-y)$** で **因数分解** できる.

x, y の二元交代式 $=(x-y)\times(x, y$ の二元対称式$)$

この法則「交代式 $=$ 基本交代式 $\times$ 対称式」は強力である. 覚えておこう.

(1)　$x+y=3\sqrt{5}$, $xy=9$ のとき,

x^2+y^2

$=(x+y)^2-2xy$　←★公式

$=\left(3\sqrt{5}\right)^2-2\times 9$

$=45-18=\boldsymbol{27}$　**…答え**

(2)　$x-y=-2\sqrt{10}$, $xy=\sqrt{5}$ のとき,

$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$

$=\dfrac{1\times y}{x\times y}-\dfrac{1\times x}{y\times x}$　←通分

$=\dfrac{y-x}{xy}$

$=\dfrac{-(x-y)}{xy}$　←☆

$=\dfrac{-\left(-2\sqrt{10}\right)}{\sqrt{5}}=\boldsymbol{2\sqrt{2}}$　**…答え**

☆コインの表裏のイメージ

$(a-b)$　　$(b-a)$

$\times(-1)$ すると, 左は右に, 右は左に.

(3)　$x+y=2\sqrt{5}$, $x-y=-\sqrt{5}$ のとき,

$4xy$

$=(x+y)^2-(x-y)^2$　←★

$=\left(2\sqrt{5}\right)^2-\left(-\sqrt{5}\right)^2$

$=20-5=\boldsymbol{15}$　**…答え**

★ $(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$

(4)　$x+y=-\sqrt{30}$, $x-y=-\sqrt{6}$ のとき,

x^2+y^2

$=\dfrac{(x+y)^2+(x-y)^2}{2}$　←★

$=\dfrac{\left(-\sqrt{30}\right)^2+\left(-\sqrt{6}\right)^2}{2}$

$=\dfrac{30+6}{2}=\boldsymbol{18}$　**…答え**

★ $(x+y)^2+(x-y)^2=2x^2+2y^2$

2.　計算せよ.（S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分）

★ 二元対称式　文字が二種類（二元）で, その 2 つを入れ替えても, 元の式と同じになるものを二元対称式という.

例　x^5+y^5 ,　$x+y+24$,　$x^3+y^3+xy-3x-3y$,　$\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}$,　$\cdots$

これらの対称式は, 必ず基本対称式（和と積）のみで表すことができる.

つまり, **x , y の二元対称式は, 基本対称式 $x+y$ と xy で表すことができる.**

★ 公式　$\boldsymbol{x^2+y^2=(x+y)^2-2xy}$

★ 二元交代式　文字が二種類（二元）で, その 2 つを入れ替えると, 元の式の -1 倍になるものを二元交代式という.

例　x^5-y^5 ,　y^2-x^2 ,　$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$,　$\cdots$

二元交代式は必ず **基本交代式 $(x-y)$** で **因数分解** できる.

x, y の二元交代式 $=(x-y)\times(x, y$ の二元対称式$)$

この法則「交代式 $=$ 基本交代式 $\times$ 対称式」は強力である. 覚えておこう.

(1)　$x+y=4\sqrt{3}$, $xy=-6$ のとき,
x^2+y^2

$=(x+y)^2-2xy$　←★公式

$=\left(4\sqrt{3}\right)^2-2\times(-6)$

$=48+12=$ **60**　**…答え**

(2)　$x-y=-5\sqrt{3}$, $xy=\sqrt{15}$ のとき,
$\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}$

$=\dfrac{1\times y}{x\times y}-\dfrac{1\times x}{y\times x}$　←通分

$=\dfrac{y-x}{xy}$

$=\dfrac{-(x-y)}{xy}$　←☆

$=\dfrac{-\left(-5\sqrt{3}\right)}{\sqrt{15}}$

$=\dfrac{5\sqrt{3}\times\sqrt{15}}{\sqrt{15}\times\sqrt{15}}$

$=\dfrac{15\sqrt{5}}{15}=\boldsymbol{\sqrt{5}}$　**…答え**

☆コインの表裏のイメージ

$(a-b)$　　$(b-a)$

$\times(-1)$ すると, 左は右に, 右は左に.

(3)　$x+y=-3\sqrt{6}$, $x-y=-2\sqrt{2}$ のとき,
$4xy$

$=(x+y)^2-(x-y)^2$　←★

$=\left(-3\sqrt{6}\right)^2-\left(-2\sqrt{2}\right)^2$

$=54-8=$ **46**　**…答え**

★ $(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$

(4)　$x+y=-3\sqrt{10}$, $x-y=-\sqrt{14}$ のとき,
x^2+y^2

$=\dfrac{(x+y)^2+(x-y)^2}{2}$　←★

$=\dfrac{\left(-3\sqrt{10}\right)^2+\left(-\sqrt{14}\right)^2}{2}$

$=\dfrac{90+14}{2}=$ **52**　**…答え**

★ $(x+y)^2+(x-y)^2=2x^2+2y^2$