

反射テスト 文字式 二元対称式・交代式 01

1. $x + y = 12$, $xy = 9$ として計算せよ. (S級 45 秒, A級 1 分 30 秒, B級 2 分 40 秒, C級 4 分)

(1) $x^2 + xy + y^2$

(2) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$

2. $x - y = 10$, $xy = 15$ として計算せよ. (S級 45 秒, A級 1 分 30 秒, B級 2 分 40 秒, C級 4 分)

(1) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

(2) $x^2 + y^2$

3. $x + y = -14$, $xy = -8$ として計算せよ. (S 級 55 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 2 分 50 秒, C 級 4 分)

(1) $x^2 - xy + y^2$

(2) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$

4. $x - y = -12$, $xy = -9$ として計算せよ. (S 級 45 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 40 秒, C 級 4 分)

(1) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

(2) $x^2 + y^2$

反射テスト 文字式 二元対称式・交代式 01 解答解説

1. $x + y = 12$, $xy = 9$ として計算せよ。(S級 45 秒, A級 1 分 30 秒, B級 2 分 40 秒, C級 4 分)

★二元対称式 文字が二種類(二元)で, その2つを入れ替えても, 元の式と同じになるものを二元対称式という.

例 $x^5 + y^5$, $x + y + 24$, $x^3 + y^3 + xy - 3x - 3y$, $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$, ...

これらの対称式は, 必ず基本対称式(和と積)のみで表すことができる.

つまり, x , y の二元対称式は, 基本対称式 $x + y$ と xy で表すことができる.

★公式 $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

(1) $x^2 + xy + y^2$

$= x^2 + y^2 + xy$

$= (x + y)^2 - 2xy + xy$ ←★公式

$= (x + y)^2 - xy$

$= 12^2 - 9$

$= 135$...答え

(2) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$

$= \frac{1 \times y^2}{x^2 \times y^2} + \frac{1 \times x^2}{y^2 \times x^2}$ ←通分

$= \frac{x^2 + y^2}{x^2 y^2}$

$= \frac{(x + y)^2 - 2xy}{(xy)^2}$

$= \frac{12^2 - 2 \times 9}{9^2}$

$= \frac{126}{81} = \frac{14}{9}$...答え

★公式 $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

暗記すべし.

2. $x - y = 10$, $xy = 15$ として計算せよ。(S級 45 秒, A級 1 分 30 秒, B級 2 分 40 秒, C級 4 分)

★二元交代式 文字が二種類(二元)で, その2つを入れ替えると, 元の式の -1 倍になるものを二元交代式という.

例 $x^5 - y^5$, $y^2 - x^2$, $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$, ...

二元交代式は必ず基本交代式($x - y$)で因数分解できる.

x, y の二元交代式 $= (x - y) \times (x, y$ の二元対称式)

この法則「交代式 = 基本交代式 \times 対称式」は強力である. 覚えておこう.

(1) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

$= \frac{1 \times y}{x \times y} - \frac{1 \times x}{y \times x}$ ←通分

$= \frac{y - x}{xy}$

$= \frac{-(x - y)}{xy}$ ←☆

$= \frac{-10}{15} = -\frac{2}{3}$...答え

(2) $x^2 + y^2$

$= (x - y)^2 + 2xy$ ←☆

$= 10^2 + 2 \times 15$

$= 100 + 30 = 130$...答え

☆応用

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$

☆ちなみに $x^2 + y^2$ は交代式ではない.

☆コインの表裏のイメージ

$(a - b)$ $(b - a)$

$\times (-1)$ すると, 左は右に, 右は左に.

3. $x + y = -14$, $xy = -8$ として計算せよ。(S級 55 秒, A級 1 分 40 秒, B級 2 分 50 秒, C級 4 分)

★二元対称式

文字が二種類(二元)で, その2つを入れ替えても, 元の式と同じになるものを二元対称式という.

例 $x^5 + y^5$, $x + y + 24$, $x^3 + y^3 + xy - 3x - 3y$, $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$, ...

これらの対称式は, 必ず基本対称式(和と積)のみで表すことができる.

つまり, x , y の二元対称式は, 基本対称式 $x + y$ と xy で表すことができる.

★公式 $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

(1) $x^2 - xy + y^2$

$= x^2 + y^2 - xy$

$= (x + y)^2 - 2xy - xy$ ←★公式

$= (x + y)^2 - 3xy$

$= (-14)^2 - 3 \times (-8)$

$= 196 + 24 = 220$...答え

(2) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}$

$= \frac{1 \times y^2}{x^2 \times y^2} + \frac{1 \times x^2}{y^2 \times x^2}$ ←通分

$= \frac{x^2 + y^2}{x^2 y^2}$

$= \frac{(x + y)^2 - 2xy}{(xy)^2}$

$= \frac{(-14)^2 - 2 \times (-8)}{(-8)^2}$

$= \frac{212}{64} = \frac{53}{16}$...答え

★公式 $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

暗記すべし.

4. $x - y = -12$, $xy = -9$ として計算せよ。(S級 45 秒, A級 1 分 30 秒, B級 2 分 40 秒, C級 4 分)

★二元交代式 文字が二種類(二元)で, その2つを入れ替えると, 元の式の -1 倍になるものを二元交代式という.

例 $x^5 - y^5$, $y^2 - x^2$, $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$, ...

二元交代式は必ず基本交代式 $(x - y)$ で因数分解できる.

x, y の二元交代式 $= (x - y) \times (x, y$ の二元対称式)

この法則「交代式 = 基本交代式 \times 対称式」は強力である. 覚えておこう.

(1) $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

$= \frac{1 \times y}{x \times y} - \frac{1 \times x}{y \times x}$ ←通分

$= \frac{y - x}{xy}$

$= \frac{-(x - y)}{xy}$ ←☆

$= \frac{-(-12)}{-9} = -\frac{4}{3}$...答え

(2) $x^2 + y^2$

$= (x - y)^2 + 2xy$ ←☆

$= (-12)^2 + 2 \times (-9)$

$= 144 - 18 = 126$...答え

☆応用

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$

☆ちなみに $x^2 + y^2$ は交代式ではない.

☆コインの表裏のイメージ

$(a - b)$ $(b - a)$

$\times (-1)$ すると, 左は右に, 右は左に.