

反射テスト 文字式 証明 数論 0903

1. 3で割ったら2余る整数の平方は, 3で割ると1余ることを証明せよ. (S級1分30秒, A級3分, B級4分, C級6分)

2. 10 で割ったら 9 余る整数の平方は, 10 で割ると 1 余ることを証明せよ. (S 級 1 分 30 秒, A 級 3 分, B 級 4 分, C 級 6 分)

反射テスト 文字式 証明 数論 0903 解答解説

1. 3で割ったら2余る整数の平方は、3で割ると1余ることを証明せよ。(S級1分30秒, A級3分, B級4分, C級6分)

3で割ると2余る整数を, $3n+2$ とおく (n は整数) ←☆3で割ると2余る整数

$$\text{この平方は } (3n+2)^2 = 9n^2 + 12n + 4 = 3(3n^2 + 4n + 1) + 1 \quad \cdots\textcircled{1}$$

n は整数であるから, $3n^2 + 4n + 1$ は整数であり, ①は3で割ると1余る整数である.

よって, 題意は証明された.

☆3で割ると2余る整数 $3n+2$

2. 10 で割ったら 9 余る整数の平方は, 10 で割ると 1 余ることを証明せよ. (S 級 1 分 30 秒, A 級 3 分, B 級 4 分, C 級 6 分)

10 で割ると 9 余る整数を, $10n + 9$ とおく (n は整数) ← ☆ 10 で割ると 9 余る整数

この平方は $(10n + 9)^2 = 100n^2 + 180n + 81 = 10(10n^2 + 18n + 8) + 1 \quad \cdots \textcircled{1}$

n は整数であるから, $10n^2 + 18n + 8$ は整数であり, $\textcircled{1}$ は 10 で割ると 1 余る整数である.

よって, 題意は証明された.

☆ 10 で割ると 9 余る整数 $10n + 9$