

反射テスト 文字式 証明 数論 0902

1. 奇数の積が奇数であることを証明せよ。(S級1分30秒, A級3分, B級4分, C級6分)

2. 3で割ると1余る整数の積が, 3で割ると1余ることを証明せよ. (S級1分30秒, A級3分, B級4分, C級6分)

反射テスト 文字式 証明 数論 0902 解答解説

1. 奇数の積が奇数であることを証明せよ。(S級1分30秒, A級3分, B級4分, C級6分)

2つの奇数を, $2m+1$, $2n+1$ とおく (ただし m, n は整数) ←☆2つの奇数

$$\text{これらの積は } (2m+1)(2n+1) = 4mn + 2m + 2n + 1 = 2(2mn + m + n) + 1 \quad \cdots\textcircled{1}$$

m, n は整数であるから, $2mn + m + n$ は整数であり, $\textcircled{1}$ は奇数である.

よって, 題意は証明された.

☆2つの奇数 $2m+1, 2n+1$ とおくのが一般的だろうが, $2m-1, 2n-1$ でもよい.

2. 3で割ると1余る整数の積が, 3で割ると1余ることを証明せよ. (S級1分30秒, A級3分, B級4分, C級6分)

3で割ると1余る整数を, $3m+1$, $3n+1$ とおく (ただし m, n は整数) ←☆3で割ると1余る整数

$$\text{これらの積は } (3m+1)(3n+1) = 9mn + 3m + 3n + 1 = 3(3mn + m + n) + 1 \quad \cdots\textcircled{1}$$

m, n は整数であるから, $3mn + m + n$ は整数であり, $\textcircled{1}$ は3で割ると1余る整数である.

よって, 題意は証明された.

☆3で割ると1余る整数 $3m+1, 3n+1$ とおくのが一般的.