

反射テスト 文字式 因数分解 難 01

1. 次の式を因数分解せよ。(S級2分30秒, A級4分, B級6分, C級9分)

(1) $(x^2 + 5x)^2 + 10(x^2 + 5x) + 24$

(2) $x^4 + x^2 + 1$

(3) $2x^2 + y^2 - 2z^2 - 3xy - yz + 3zx$

2. 次の式を因数分解せよ. (S 級 2 分 30 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 9 分)

(1) $x^4 - 5x^2 + 4$

(2) $x^4 + 4$

(3) $2x^2 - y^2 + 6z^2 + xy + yz - 8zx$

反射テスト 文字式 因数分解 難 01 解答解説

1. 次の式を因数分解せよ。(S級2分30秒, A級4分, B級6分, C級9分)

★難しい因数分解

- ・Aを用いる. 必要とあればBも.
- ・次数の低い文字について整理する.
- ・ $A^2 - B^2$ の形をイメージする.

$$(1) \quad (x^2 + 5x)^2 + 10(x^2 + 5x) + 24$$

$$\begin{aligned} &= A^2 + 10A + 24 \quad \leftarrow A = x^2 + 5x \\ &= (A + 4)(A + 6) \\ &= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) \\ &= (x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3) \\ &= \mathbf{(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)} \end{aligned}$$

$$(2) \quad x^4 + x^2 + 1$$

$$\begin{aligned} &= x^4 + x^2 + 1 + x^2 - x^2 \\ &= (x^4 + 2x^2 + 1) - x^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x) \\ &= \mathbf{(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)} \end{aligned}$$

$$(3) \quad 2x^2 + y^2 - 2z^2 - 3xy - yz + 3zx$$

$$\begin{aligned} &= 2x^2 - 3xy + 3zx + y^2 - yz - 2z^2 \quad \leftarrow x \text{ について降べきの順に並べる} \\ &= 2x^2 + (-3y + 3z)x + (y^2 - yz - 2z^2) \\ &= 2x^2 + (-3y + 3z)x + (y - 2z)(y + z) \quad \leftarrow \text{定数項の因数分解} \\ &= \{x - (y - 2z)\}\{2x - (y + z)\} \quad \leftarrow \mathbf{\star} \text{たすき掛けの因数分解} \\ &= \mathbf{(x - y + 2z)(2x - y - z)} \end{aligned}$$

★たすき掛け

$$\begin{array}{r} 1 \quad \diagdown \quad -(y - 2z) \quad \longrightarrow \quad -2y + 4z \\ 2 \quad \diagup \quad -(y + z) \quad \longrightarrow \quad \underline{-y - z} \\ \quad -3y + 3z \end{array}$$

2. 次の式を因数分解せよ。(S級2分30秒, A級4分, B級6分, C級9分)

(1) $x^4 - 5x^2 + 4$

$$\begin{aligned} A &= x^2 \text{ とおくと,} \\ \text{与式} &= A^2 - 5A + 4 \\ &= (A - 1)(A - 4) \\ &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2) \end{aligned}$$

(2) $x^4 + 4$

$$\begin{aligned} &= x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2 \\ &= (x^4 + 4x^2 + 4) - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2 + 2x)(x^2 + 2 - 2x) \\ &= (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2) \end{aligned}$$

(3) $2x^2 - y^2 + 6z^2 + xy + yz - 8zx$

$$\begin{aligned} &= 2x^2 + xy - 8zx - y^2 + yz + 6z^2 \quad \leftarrow x \text{ について降べきの順に並べる} \\ &= 2x^2 + (y - 8z)x - (y^2 - yz - 6z^2) \\ &= 2x^2 + (y - 8z)x - (y - 3z)(y + 2z) \quad \leftarrow \text{定数項の因数分解} \\ &= \{x + (y - 3z)\}\{2x - (y + 2z)\} \quad \leftarrow \star \text{たすき掛けの因数分解} \\ &= (x + y - 3z)(2x - y - 2z) \end{aligned}$$

★たすき掛け

$$\begin{array}{r} 1 \quad \times \quad + (y - 3z) \quad \rightarrow \quad +2y - 6z \\ 2 \quad \times \quad - (y + 2z) \quad \rightarrow \quad \frac{-y - 2z}{+y - 8z} \end{array}$$