

反射テスト 平方根 入試問題 代入 03

1. 次の問に答えよ. ただし分母は有理化し, 根内は簡単にすること. (S級 25 秒, A級 40 秒, B級 1 分, C級 2 分)

(1) $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$ のとき, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ を計算せよ.

(2) $x - \frac{1}{x} = 6\sqrt{2}$ のとき, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ を計算せよ.

2. 次の問に答えよ. ただし分母は有理化し, 根内は簡単にすること. (S級 30 秒, A級 50 秒, B級 1 分 30 秒, C級 4 分)

(1) $x + \frac{2}{x} = 4\sqrt{3}$ のとき, $x^2 + \frac{4}{x^2}$ を計算せよ.

(2) $x - \frac{3}{x} = -4\sqrt{6}$ のとき, $x^2 + \frac{9}{x^2}$ を計算せよ.

反射テスト 平方根 入試問題 代入 03 解答解説

1. 次の間に答えよ. ただし分母は有理化し, 根内は簡単にすること. (S級 25秒, A級 40秒, B級 1分, C級 2分)

(1) $x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{3}$ のとき, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ を計算せよ.

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} \leftarrow \star \\&= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \\&= (2\sqrt{3})^2 - 2 \\&= 12 - 2 = 10\end{aligned}$$

$$\star a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

☆別解 両辺を2乗して移項

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{3} \text{ の両辺を2乗して,} \\x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 12 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 10.\end{aligned}$$

(2) $x - \frac{1}{x} = 6\sqrt{2}$ のとき, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ を計算せよ.

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2x \cdot \frac{1}{x} \leftarrow \star \\&= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \\&= (6\sqrt{2})^2 + 2 \\&= 72 + 2 = 74\end{aligned}$$

$$\star a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

☆別解 両辺を2乗して移項

$$\begin{aligned}x - \frac{1}{x} = 6\sqrt{2} \text{ の両辺を2乗して,} \\x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} = 72 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 74.\end{aligned}$$

2. 次の間に答えよ. ただし分母は有理化し, 根内は簡単にすること. (S級30秒, A級50秒, B級1分30秒, C級4分)

(1) $x + \frac{2}{x} = 4\sqrt{3}$ のとき, $x^2 + \frac{4}{x^2}$ を計算せよ.

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{4}{x^2} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{2}{x} \quad \leftarrow \star \\&= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 \\&= (4\sqrt{3})^2 - 4 \\&= 48 - 4 = \mathbf{44}\end{aligned}$$

$$\star a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

☆別解 両辺を2乗して移項

$$x + \frac{2}{x} = 4\sqrt{3} \text{ の両辺を2乗して,}$$

$$x^2 + 4 + \frac{4}{x^2} = 48 \quad \Rightarrow \quad x^2 + \frac{4}{x^2} = 44.$$

(2) $x - \frac{3}{x} = -4\sqrt{6}$ のとき, $x^2 + \frac{9}{x^2}$ を計算せよ.

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{9}{x^2} &= \left(x - \frac{3}{x}\right)^2 + 2x \cdot \frac{3}{x} \quad \leftarrow \star \\&= \left(x - \frac{3}{x}\right)^2 + 6 \\&= (-4\sqrt{6})^2 + 6 \\&= 96 + 6 = \mathbf{102}\end{aligned}$$

$$\star a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

☆別解 両辺を2乗して移項

$$x - \frac{3}{x} = -4\sqrt{6} \text{ の両辺を2乗して,}$$

$$x^2 - 6 + \frac{9}{x^2} = 96 \quad \Rightarrow \quad x^2 + \frac{9}{x^2} = 102.$$