反射テスト　平方根　入試問題　計算　04　難

1.　次の計算をせよ. ただし分母は有理化し, 根内は簡単にすること.（ S 級 1 分, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 ）

（1）　$\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2+6\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)+\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2$

（2）　$\left(\sqrt{3}-2\right)^{99}\left(\sqrt{3}+2\right)^{100}$

2.　次の計算をせよ. ただし分母は有理化し, 根内は簡単にすること.（ S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 ）

（1）　$\left(\dfrac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)^2-4\left(\dfrac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)\left(\dfrac{3-2\sqrt{3}}{3}\right)+\left(\dfrac{3-2\sqrt{3}}{3}\right)^2$

（2）　$\left(3+\sqrt{10}\right)^{999}\left(3-\sqrt{10}\right)^{1001}$

反射テスト　平方根　入試問題　計算　04　難　解答解説

1.　次の計算をせよ．ただし分母は有理化し，根内は簡単にすること．（ S 級 1 分，A 級 2 分 30 秒，B 級 4 分，C 級 6 分 ）

★ 命名　同じものは名前をつける．
1 つで足りないのであれば，$A, B, C, \cdots$ というようにどんどん文字をおく．

（1）　$\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2+6\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)+\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2$

$=A^2+6AB+B^2$　　←☆命名 $A=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ ，$B=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$

$=A^2+2AB+B^2+4AB$

$=(A+B)^2+4AB$

$=\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}+\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2+4\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$

$=\left(\dfrac{1+1}{2}\right)^2+4\dfrac{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})}{2\times 2}$

$=1+4\times\dfrac{1^2-\sqrt{5}^2}{4}=1-4=\mathbf{-3}$

（2）　$\left(\sqrt{3}-2\right)^{99}\left(\sqrt{3}+2\right)^{100}$

$=A^{99}B^{100}$　　←☆命名 $A=\sqrt{3}-2$ ，$B=\sqrt{3}+2$

$=(AB)^{99}\times B$

$=\left\{\left(\sqrt{3}-2\right)\left(\sqrt{3}+2\right)\right\}^{99}\times\left(\sqrt{3}+2\right)$

$=\left\{\left(\sqrt{3}\right)^2-(2)^2\right\}^{99}\times\left(\sqrt{3}+2\right)$

$=(-1)^{99}\times\left(\sqrt{3}+2\right)$

$=-\left(\sqrt{3}+2\right)=\boldsymbol{-\sqrt{3}-2}$

2.　次の計算をせよ．ただし分母は有理化し，根内は簡単にすること．（ S 級 1 分 20 秒，A 級 2 分 30 秒，B 級 4 分，C 級 6 分 ）

★ 命名　同じものは名前をつける．

1 つで足りないのであれば，$A, B, C, \cdots$ というようにどんどん文字をおく．

（1）　$\left(\dfrac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 4\left(\dfrac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)\left(\dfrac{3-2\sqrt{3}}{3}\right) + \left(\dfrac{3-2\sqrt{3}}{3}\right)^2$

$= A^2 - 4AB + B^2$　　←☆命名 $A = \dfrac{3+2\sqrt{3}}{3}$ ，$B = \dfrac{3-2\sqrt{3}}{3}$

$= A^2 + 2AB + B^2 - 6AB$

$= (A+B)^2 - 6AB$　　←☆式変形

$= \left(\dfrac{3+2\sqrt{3}}{3} + \dfrac{3-2\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 6\left(\dfrac{3+2\sqrt{3}}{3}\right)\left(\dfrac{3-2\sqrt{3}}{3}\right)$

$= \left(\dfrac{3+3}{3}\right)^2 - 6\dfrac{(3+2\sqrt{3})(3-2\sqrt{3})}{3 \times 3}$

$= 4 - 6 \times \dfrac{3^2 - (2\sqrt{3})^2}{9} = 4 + 2 = \mathbf{6}$

☆式変形　与式 $= (A-B)^2 - 2AB$ としてもいい．

（2）　$\left(3+\sqrt{10}\right)^{999}\left(3-\sqrt{10}\right)^{1001}$

$= A^{999}B^{1001}$　　←☆命名 $A = 3+\sqrt{10}$ ，$B = 3-\sqrt{10}$

$= (AB)^{999} \times B^2$

$= \left\{\left(3+\sqrt{10}\right)\left(3-\sqrt{10}\right)\right\}^{999} \times \left(3-\sqrt{10}\right)^2$

$= \left\{(3)^2 - \left(\sqrt{10}\right)^2\right\}^{999} \times \left(9 - 6\sqrt{10} + 10\right)$

$= (-1)^{999} \times \left(19 - 6\sqrt{10}\right)$

$= -\left(19 - 6\sqrt{10}\right) = \mathbf{-19 + 6\sqrt{10}}$