

反射テスト 平方根 平方と整数 01

1. 次の問に答えよ. 答えは全て求めよ. (S 級 30 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 30 秒, C 級 2 分)

- (1) $\sqrt{9-n}$ が自然数であるとき, 自然数 n を求めよ. (2) $\sqrt{9-n}$ が整数であるとき, 自然数 n を求めよ.

2. 次の問に答えよ. 答えは全て求めよ. (S 級 50 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分 10 秒, C 級 3 分)

- (1) $\sqrt{\frac{12}{n}}$ が自然数であるとき, 自然数 n を求めよ. (2) $\sqrt{50-2n}$ が整数であるとき, 自然数 n を求めよ.

3. 次の問に答えよ. 答えは全て求めよ. (S 級 35 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 1 分 40 秒, C 級 2 分 20 秒)

- (1) $\sqrt{16-n}$ が自然数であるとき, 自然数 n を求めよ. (2) $\sqrt{25-n}$ が整数であるとき, 自然数 n を求めよ.

4. 次の問に答えよ. 答えは全て求めよ. (S 級 40 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 2 分 40 秒)

- (1) $\sqrt{\frac{36}{n}}$ が自然数であるとき, 自然数 n を求めよ. (2) $\sqrt{64-4n}$ が整数であるとき, 自然数 n を求めよ.

反射テスト 平方根 平方と整数 01 解答解説

1. 次の間に答えよ. 答えは全て求めよ. (S 級 30 秒, A 級 1 分, B 級 1 分 30 秒, C 級 2 分)

(1) $\sqrt{9-n}$ が自然数であるとき, 自然数 n を求めよ.

$$\begin{aligned} & \sqrt{9-n} = m \quad (m \text{ は自然数}) \\ \Rightarrow & 9-n = m^2 \quad \leftarrow \text{両辺の 2 乗} \\ \Leftrightarrow & -n = m^2 - 9 \\ \Leftrightarrow & n = 9 - m^2 \\ & m \text{ に } 1, 2, 3, \dots \text{ を代入していくと,} \\ & n = 8, 5, 0, -7, -16, \dots \quad (\text{徐々に減少}) \\ & n \text{ は自然数であるから,} \\ & \mathbf{n = 5, 8} \end{aligned}$$

☆自然数は正の整数であり, 0 はダメ.

(2) $\sqrt{9-n}$ が整数であるとき, 自然数 n を求めよ.

$$\begin{aligned} & \sqrt{9-n} = m \quad (m \text{ は整数}) \\ \Rightarrow & 9-n = m^2 \quad \leftarrow \text{両辺の 2 乗} \\ \Leftrightarrow & -n = m^2 - 9 \\ \Leftrightarrow & n = 9 - m^2 \\ & m \text{ に } 0, 1, 2, 3, \dots \text{ を代入していくと,} \\ & n = 9, 8, 5, 0, -7, -16, \dots \quad (\text{徐々に減少}) \\ & n \text{ は自然数であるから,} \\ & \mathbf{n = 5, 8, 9} \end{aligned}$$

☆ m は整数だから 0 は OK.

2. 次の間に答えよ. 答えは全て求めよ. (S 級 50 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分 10 秒, C 級 3 分)

(1) $\sqrt{\frac{12}{n}}$ が自然数であるとき, 自然数 n を求めよ.

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{12}{n}} = m \quad (m \text{ は自然数}) \\ \Rightarrow & \frac{12}{n} = m^2 \quad \leftarrow \text{両辺の 2 乗} \\ \Leftrightarrow & 12 = m^2 n \\ \Leftrightarrow & n = \frac{12}{m^2} \\ & m \text{ に } 1, 2, 3, \dots \text{ を代入していくと,} \\ & n = 12, 3, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \dots \quad (\text{徐々に減少}) \\ & n \text{ は自然数であるから,} \\ & \mathbf{n = 3, 12} \end{aligned}$$

☆分子が大きい整数になれば, 素因数分解すると早い.

(2) $\sqrt{50-2n}$ が整数であるとき, 自然数 n を求めよ.

$$\begin{aligned} & \sqrt{50-2n} = m \quad (m \text{ は整数}) \\ \Rightarrow & 50-2n = m^2 \quad \leftarrow \text{両辺の 2 乗} \\ \Leftrightarrow & -2n = m^2 - 50 \\ \Leftrightarrow & n = 25 - \frac{m^2}{2} \\ & m^2 \text{ が } 2 \text{ で割り切れるから, } m \text{ は偶数である.} \\ & \text{よって } m \text{ に } 0, 2, 4, \dots \text{ を代入する.} \\ & n = 25, 23, 17, 7, -7, \dots \quad (\text{徐々に減少}) \\ & n \text{ は自然数であるから,} \\ & \mathbf{n = 7, 17, 23, 25} \end{aligned}$$

3. 次の問に答えよ。答えは全て求めよ。(S級 35 秒, A級 1 分 10 秒, B級 1 分 40 秒, C級 2 分 20 秒)

- (1) $\sqrt{16-n}$ が自然数であるとき, 自然数 n を求めよ. (2) $\sqrt{25-n}$ が整数であるとき, 自然数 n を求めよ.

$$\begin{aligned} & \sqrt{16-n} = m \quad (m \text{ は自然数}) \\ \Rightarrow & 16-n = m^2 \quad \leftarrow \text{両辺の 2 乗} \\ \Leftrightarrow & -n = m^2 - 16 \\ \Leftrightarrow & n = 16 - m^2 \\ & m \text{ に } 1, 2, 3, \dots \text{ を代入していくと,} \\ & n = 15, 12, 7, 0, -9, \dots \quad (\text{徐々に減少}) \\ & n \text{ は自然数であるから,} \\ & \mathbf{n = 7, 12, 15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{25-n} = m \quad (m \text{ は整数}) \\ \Rightarrow & 25-n = m^2 \quad \leftarrow \text{両辺の 2 乗} \\ \Leftrightarrow & -n = m^2 - 25 \\ \Leftrightarrow & n = 25 - m^2 \\ & m \text{ に } 0, 1, 2, 3, \dots \text{ を代入していくと,} \\ & n = 25, 24, 21, 16, 9, 0, -11, \dots \quad (\text{徐々に減少}) \\ & n \text{ は自然数であるから,} \\ & \mathbf{n = 9, 16, 21, 24, 25} \end{aligned}$$

☆自然数は正の整数であり, 0 はダメ.

☆ m は整数だから 0 は OK.

4. 次の問に答えよ。答えは全て求めよ。(S級 40 秒, A級 1 分 10 秒, B級 2 分, C級 2 分 40 秒)

- (1) $\sqrt{\frac{36}{n}}$ が自然数であるとき, 自然数 n を求めよ. (2) $\sqrt{64-4n}$ が整数であるとき, 自然数 n を求めよ.

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{36}{n}} = m \quad (m \text{ は自然数}) \\ \Rightarrow & \frac{36}{n} = m^2 \quad \leftarrow \text{両辺の 2 乗} \\ \Leftrightarrow & 36 = m^2 n \\ \Leftrightarrow & n = \frac{2^2 \times 3^2}{m^2} \\ & m \text{ に } 1, 2, 3, \dots \text{ を代入していくと,} \\ & n = 36, 9, 4, \dots, 1, \dots \quad (\text{徐々に減少}) \\ & n \text{ は自然数であるから,} \\ & \mathbf{n = 1, 4, 9, 36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{64-4n} = m \quad (m \text{ は整数}) \\ \Rightarrow & 64-4n = m^2 \quad \leftarrow \text{両辺の 2 乗} \\ \Leftrightarrow & -4n = m^2 - 64 \\ \Leftrightarrow & n = 16 - \frac{m^2}{4} \\ & m^2 \text{ が } 4 \text{ で割り切れるから, } m \text{ は偶数である.} \\ & \text{よって } m \text{ に } 0, 2, 4, \dots \text{ を代入する.} \\ & n = 16, 15, 12, 7, 0, -9, \dots \quad (\text{徐々に減少}) \\ & n \text{ は自然数であるから,} \\ & \mathbf{n = 7, 12, 15, 16} \end{aligned}$$

☆ $m = 6$ のとき, $n = 1$

素因数分解の形をみて, 36 の約数で平方数を選べば早い.