# 反射テスト　2次関数　動点問題　グラフ　場合分け　01

**1.**　図1のように1辺6cmの正方形ABCDがある．点Pは頂点Aから，点Qは頂点Bから同時に出発する．Pは毎秒2cm，Qは毎秒1cmで，どちらも正方形の辺上を反時計まわりに移動する．2点が出発してから$x$秒後の$\triangle$APQの面積を$y\,\mathrm{cm}^2$とし，考えるのは点Qが頂点Cに着くまでとする．このとき次の問に答えよ．（$S$級1分40秒，$A$級3分，$B$級5分，$C$級7分）

(1)　$x$と$y$の関係を図2のグラフにかけ．

(2)　$y=8$となる$x$の値を求めよ．

図1

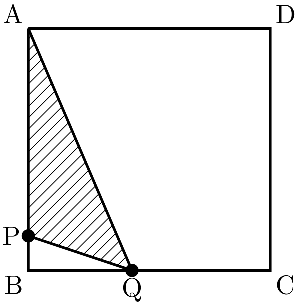
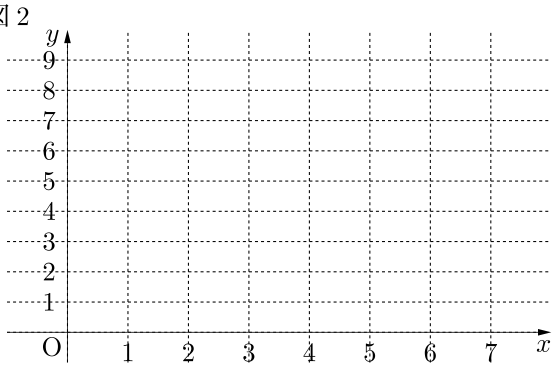



図2




ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

**2.** 図 1 のように 1 辺 6cm の正方形 ABCD がある．点 P は頂点 A から，点 Q は頂点 B から同時に出発する．P は毎秒 3cm，Q は毎秒 2cm で，どちらも正方形の辺上を反時計まわりに移動する．2 点が出発してから $x$ 秒後の △APQ の面積を $y\,\text{cm}^2$ とし，考えるのは点 Q が頂点 C に着くまでとする．このとき次の問に答えよ．（$S$ 級 1 分 45 秒，$A$ 級 3 分，$B$ 級 5 分，$C$ 級 7 分）

(1) $x$ と $y$ の関係を図 2 のグラフにかけ．

(2) $y = 10$ となる $x$ の値を求めよ．

図 1

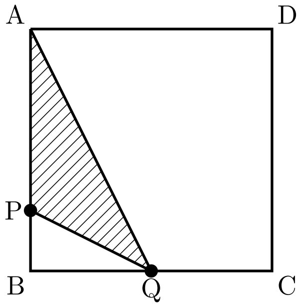
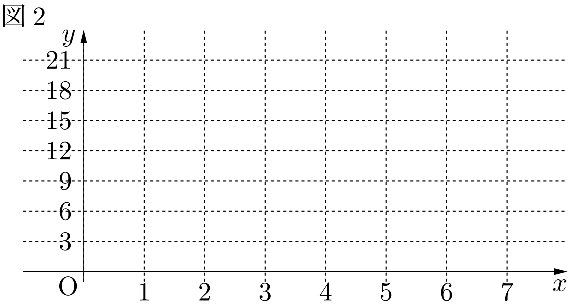



図 2




ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

# 反射テスト　２次関数　動点問題　グラフ　場合分け　01　解答解説

**1.**　図１のように１辺 6cm の正方形 ABCD がある．点 P は頂点 A から，点 Q は頂点 B から同時に出発する．P は毎秒 2cm，Q は毎秒 1cm で，どちらも正方形の辺上を反時計まわりに移動する．２点が出発してから $x$ 秒後の △APQ の面積を $y\,\mathrm{cm}^2$ とし，考えるのは点 Q が頂点 C に着くまでとする．このとき次の問に答えよ．（ $S$ 級１分 40 秒，$A$ 級３分，$B$ 級５分，$C$ 級７分 ）

(1)　$x$ と $y$ の関係を図２のグラフにかけ．

(2)　$y = 8$ となる $x$ の値を求めよ．

図１

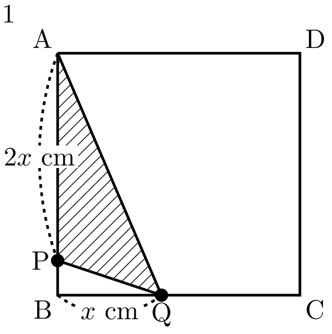



図２

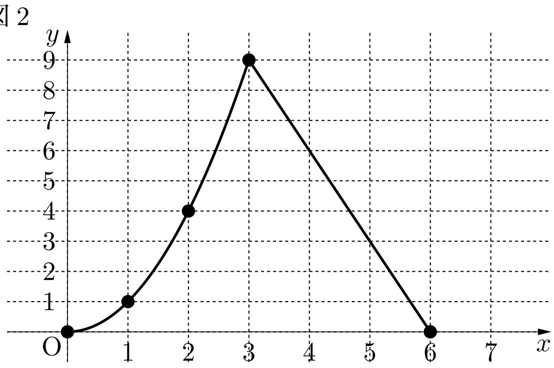
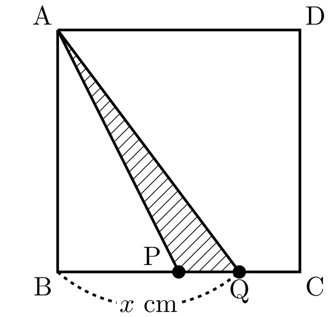



図３




(1)　$6 \div 2 = 3$ より，P が B, C に着くのは，それぞれ３秒後, 6 秒後．
$6 \div 1 = 6$ より，Q が C に着くのは，6 秒後．
よって，場合分けする必要がある．

①　$0 \leqq x \leqq 3$ のとき，P は辺 AB 上，Q は辺 BC 上．(図１参照)

$$y = \frac{\mathrm{AP} \times \mathrm{BQ}}{2} = \frac{2x \times x}{2} = x^2$$

②　$3 \leqq x \leqq 6$ のとき，P は辺 BC 上，Q は辺 BC 上．(図３参照)
AB + BP が P の動いた距離 $2x$ cm になるので，$\mathrm{BP} = 2x - 6$

$$y = \frac{\mathrm{PQ} \times \mathrm{AB}}{2} = \frac{(\mathrm{BQ} - \mathrm{BP}) \times \mathrm{AB}}{2} = \frac{\{x - (2x - 6)\} \times 6}{2} = -3x + 18$$

これを上図に描画すればよい．

(2)　図２のグラフから，$y = 10$ になるのは①,②で１回ずつあることがわかる．
①のとき　$8 = x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm 2\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad x > 0$ より $x = 2\sqrt{2}$
②のとき　$8 = -3x + 18 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{10}{3}$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = 2\sqrt{2}} \textbf{ 又は } \boldsymbol{\frac{10}{3}}$$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

**2.** 図 1 のように 1 辺 6cm の正方形 ABCD がある．点 P は頂点 A から，点 Q は頂点 B から同時に出発する．P は毎秒 3cm，Q は毎秒 2cm で正方形の辺上を反時計まわりに移動する．2 点が出発してから $x$ 秒後の $\triangle$APQ の面積を $y\,\mathrm{cm}^2$ とし，考えるのは点 Q が頂点 C に着くまでとする．このとき次の問に答えよ． （ $S$ 級 1 分 45 秒，$A$ 級 3 分，$B$ 級 5 分，$C$ 級 7 分 ）

(1) $x$ と $y$ の関係を図 2 のグラフにかけ．

(2) $y = 10$ となる $x$ の値を求めよ．

図 1

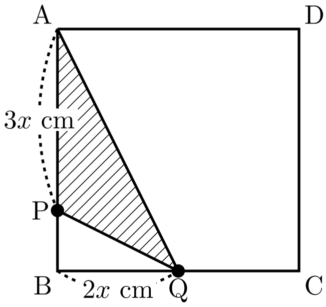



図 2

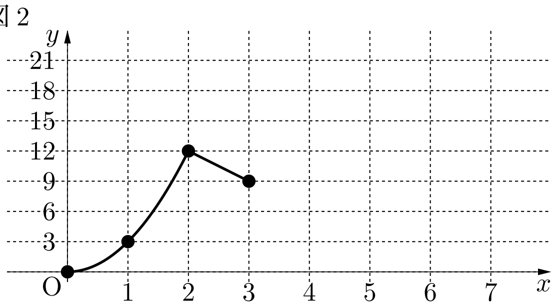
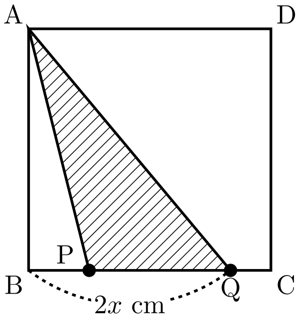



図 3




(1) $6 \div 3 = 2$ より，P が B, C に着くのは，それぞれ 2 秒後, 4 秒後．
$6 \div 2 = 3$ より，Q が C に着くのは，3 秒後．
よって，場合分けする必要がある．

① $0 \leqq x \leqq 2$ のとき，P は辺 AB 上，Q は辺 BC 上．(図 1 参照)

$$y = \frac{\mathrm{AP} \times \mathrm{BQ}}{2} = \frac{2x \times 3x}{2} = 3x^2$$

② $2 \leqq x \leqq 3$ のとき，P は辺 BC 上，Q は辺 BC 上．(図 3 参照)
AB + BP が P の動いた距離 $3x$ cm になるので，$\mathrm{BP} = 3x - 6$

$$y = \frac{\mathrm{PQ} \times \mathrm{AB}}{2} = \frac{(\mathrm{BQ} - \mathrm{BP}) \times \mathrm{AB}}{2} = \frac{\{2x - (3x - 6)\} \times 6}{2} = -3x + 18$$

これを上図に描画すればよい．

(2) 図 2 のグラフから，$y = 10$ になるのは①, ②で 1 回ずつあることがわかる．

①のとき $10 = 3x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x = \pm\dfrac{\sqrt{30}}{3} \quad \Rightarrow \quad x > 0$ より $x = \dfrac{\sqrt{30}}{3}$

②のとき $10 = -3x + 18 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{8}{3}$

$$\therefore \quad \boldsymbol{x = \frac{\sqrt{30}}{3}} \ \textbf{又は} \ \boldsymbol{\frac{8}{3}}$$

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）