反射テスト　２次関数　複数　まとめ　02

1.　下図のように放物線 $y=ax^2$ と $y=-\frac{1}{4}x^2$ があり，$y=ax^2$ 上に点 A$(4,2)$ がある．直線 OA と放物線 $y=-\frac{1}{4}x^2$ との交点を B とする．直線 OA と垂直で，点 B を通る直線と，放物線 $y=-\frac{1}{4}x^2$ との交点を C とする．

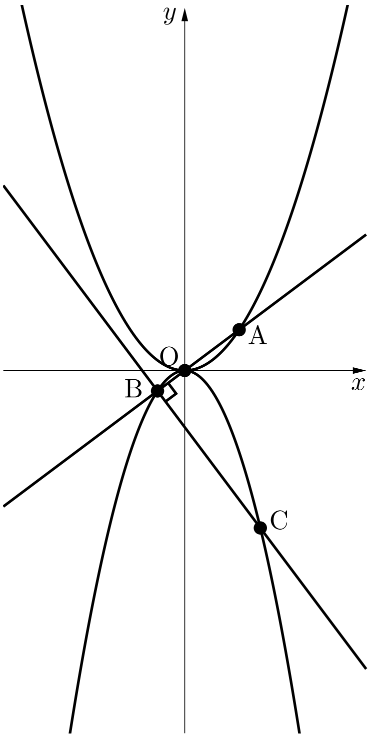
（ S 級 2 分，A 級 3 分 20 秒，B 級 5 分，C 級 8 分 ）

(1)　a の値を求めよ．

(2)　点 B の座標を求めよ．

(3)　線分 BC の長さを求めよ．

(4)　△ABC の面積を求めよ．



2. 下図のように放物線 $y=ax^2$ と $y=-\frac{1}{2}x^2$ があり，$y=ax^2$ 上に点 A$(8,16)$ がある．直線 OA と放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2$ との交点を B とする．直線 OA と垂直で，点 B を通る直線と，放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2$ との交点を C とする．

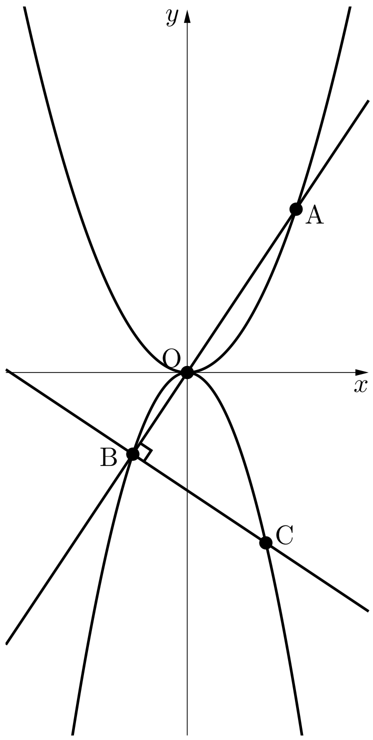
（ S 級 2 分，A 級 3 分 20 秒，B 級 5 分，C 級 8 分 ）

(1) a の値を求めよ．

(2) 点 B の座標を求めよ．

(3) 線分 BC の長さを求めよ．

(4) △ABC の面積を求めよ．



反射テスト　２次関数　複数　まとめ　02　解答解説

1.　下図のように放物線 $y=ax^2$ と $y=-\frac{1}{4}x^2$ があり，$y=ax^2$ 上に点 A$(4,2)$ がある．直線 OA と放物線 $y=-\frac{1}{4}x^2$ との交点を B とする．直線 OA と垂直で，点 B を通る直線と，放物線 $y=-\frac{1}{4}x^2$ との交点を C とする．

（S 級 2 分，A 級 3 分 20 秒，B 級 5 分，C 級 8 分）

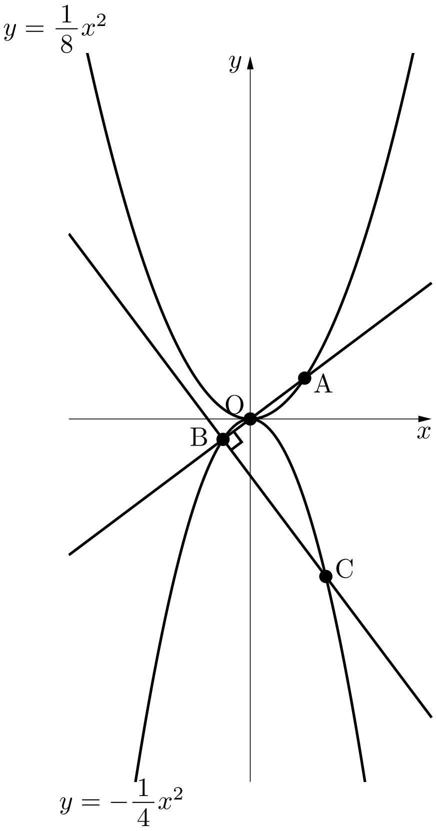
(1)　a の値を求めよ．

(2)　点 B の座標を求めよ．

(3)　線分 BC の長さを求めよ．

(4)　△ABC の面積を求めよ．

★ わかること・わかったことは図に記入



(1)　**★ 点は代入**

$y=ax^2$ 上に点 A$(4,2)$ があるから，

$2=a\times 4^2 \quad\Leftrightarrow\quad \boldsymbol{a=\frac{1}{8}}$

(2)　**★ 命名**　求めたいものに名前をつける．

直線 OA の方程式は原点を通るから，$y=bx$ とおける．

点 A$(4,2)$ を通るから，$2=b\times 4 \quad\Leftrightarrow\quad b=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$　直線 OA の方程式は　$y=\frac{1}{2}x$

点 B は放物線 $y=-\frac{1}{4}x^2$ と直線 $y=\frac{1}{2}x$ の交点だから，

これらの連立方程式を解けばよい．

$-\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{2}x \quad\Leftrightarrow\quad x(x+4)=0 \quad\Leftrightarrow\quad x=0,-2$

$x=0$ は原点だから，点 B の x 座標は -2

$\Rightarrow$　y 座標は $y=\frac{1}{2}\times(-2)=-1$　　$\therefore$ B$\boldsymbol{(-2,-1)}$

(3)　**★ 直交条件　傾きの積 $=-1$**

直線 BC の傾きを c とすると，直線 AB の傾きが $\frac{1}{2}$ だから，

$c\times\frac{1}{2}=-1 \quad\Leftrightarrow\quad c=-2$

直線 BC は傾き -2 で点 B$(-2,-1)$ を通るから，

$y-(-1)=-2\{x-(-2)\} \quad\Leftrightarrow\quad y=-2x-5$

これと放物線 $y=-\frac{1}{4}x^2$ の交点は連立解になるから，

$-\frac{1}{4}x^2=-2x-5 \quad\Leftrightarrow\quad x=-2,10$

点 B の x 座標は -2 だから，C の x 座標は 10　　$\therefore$ C$(10,-25)$

★ ななめの長さは三平方の定理

$\mathrm{BC}=\sqrt{\{10-(-2)\}^2+\{-25-(-1)\}^2}=\sqrt{12^2+(-24)^2}=\boldsymbol{12\sqrt{5}}$

(4)　点 A$(4,2)$, B$(-2,-1)$ より，

$\mathrm{AB}=\sqrt{\{4-(-2)\}^2+\{2-(-1)\}^2}=\sqrt{4^2+2^2}=3\sqrt{5}$

$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{\mathrm{AB}\times\mathrm{BC}}{2}=\frac{3\sqrt{5}\times 12\sqrt{5}}{2}=\boldsymbol{90}$

☆ (3) や (4) での長さの計算は $1:2:\sqrt{5}$ の三辺比を用いると早い．

2. 下図のように放物線 $y = ax^2$ と $y = -\frac{1}{2}x^2$ があり，$y = ax^2$ 上に点 A$(8, 16)$ がある．直線 OA と放物線 $y = -\frac{1}{2}x^2$ との交点を B とする．直線 OA と垂直で，点 B を通る直線と，放物線 $y = -\frac{1}{2}x^2$ との交点を C とする．

（ S 級 2 分，A 級 3 分 20 秒，B 級 5 分，C 級 8 分 ）

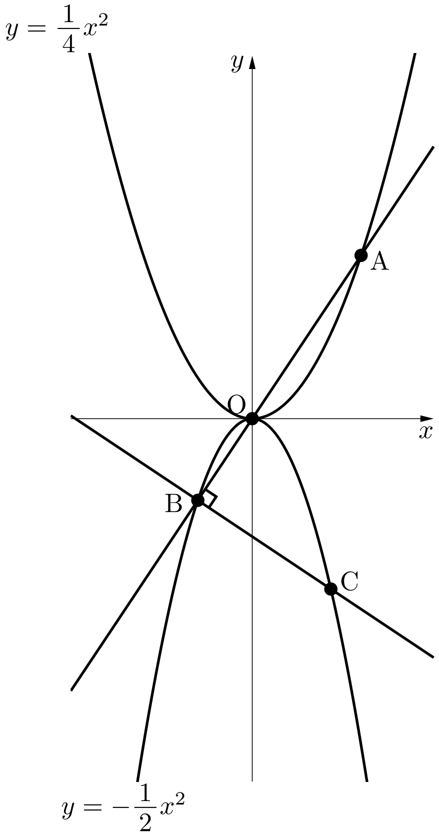
(1) a の値を求めよ．

(2) 点 B の座標を求めよ．

(3) 線分 BC の長さを求めよ．

(4) $\triangle$ABC の面積を求めよ．

★ わかること・わかったことは図に記入



(1) **★ 点は代入**

$y = ax^2$ 上に点 A$(8, 16)$ があるから，

$16 = a \times 8^2 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{a = \frac{1}{4}}$

(2) **★ 命名** 求めたいものに名前をつける．

直線 OA の方程式は原点を通るから，$y = bx$ とおける．

点 A$(8, 16)$ を通るから，$16 = b \times 8 \quad \Leftrightarrow \quad b = 2$

$\Rightarrow$ 直線 OA の方程式は $y = 2x$

点 B は放物線 $y = -\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y = 2x$ の交点だから，

これらの連立方程式を解けばよい．

$-\frac{1}{2}x^2 = 2x \quad \Leftrightarrow \quad x(x+4) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0, -4$

$x = 0$ は原点だから，点 B の x 座標は -4

$\Rightarrow$ y 座標は $y = 2 \times (-4) = -8 \qquad \therefore$ B$\boldsymbol{(-4, -8)}$

(3) **★ 直交条件 傾きの積 $= -1$**

直線 BC の傾きを c とすると，直線 AB の傾きが 2 だから，

$c \times 2 = -1 \quad \Leftrightarrow \quad c = -\frac{1}{2}$

直線 BC は傾き $-\frac{1}{2}$ で点 B$(-4, -8)$ を通るから，

$y - (-8) = -\frac{1}{2}\{x - (-4)\} \quad \Leftrightarrow \quad y = -\frac{1}{2}x - 10$

これと放物線 $y = -\frac{1}{2}x^2$ の交点は連立解になるから，

$-\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x - 10 \quad \Leftrightarrow \quad x = -4, 5$

点 B の x 座標は -4 だから，C の x 座標は 5 $\qquad \therefore$ C$\left(5, -\frac{25}{2}\right)$

★ ななめの長さは三平方の定理

$$\mathrm{BC} = \sqrt{\{5-(-4)\}^2 + \left\{-\frac{25}{2} - (-8)\right\}^2} = \sqrt{9^2 + \left(-\frac{9}{2}\right)^2} = \boldsymbol{\frac{9\sqrt{5}}{2}}$$

(4) 点 A$(8, 16)$, B$(-4, -8)$ より，

$$\mathrm{AB} = \sqrt{\{8-(-4)\}^2 + \{16-(-8)\}^2} = \sqrt{12^2 + 24^2} = 12\sqrt{5}$$

$$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{\mathrm{AB} \times \mathrm{BC}}{2} = \frac{12\sqrt{5} \times \frac{9\sqrt{5}}{2}}{2} = \boldsymbol{135}$$

☆ (3) や (4) での長さの計算は $1 : 2 : \sqrt{5}$ の三辺比を用いると早い．