反射テスト　２次関数　面積　まとめ　05

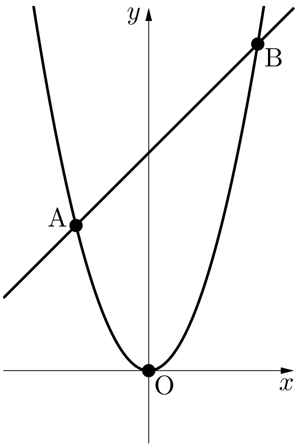
1.　下図のように，放物線 $y = \dfrac{2}{3}x^2$ と 直線 $y = x + 18$ があり，これらの交点を図のように点 A, B とおく．また放物線上の原点 O から点 B の間に，$\triangle \mathrm{ABC} = \triangle \mathrm{OAB}$ を満たすような点 C をとる．

（ S 級 2 分 40 秒，A 級 3 分 40 秒，B 級 5 分，C 級 8 分 ）

(1)　点 A, B, C の座標をそれぞれ求めよ．

(2)　点 A から点 B まで放物線が変化するときの値域を求めよ．

(3)　四角形 OABC の面積を求めよ．



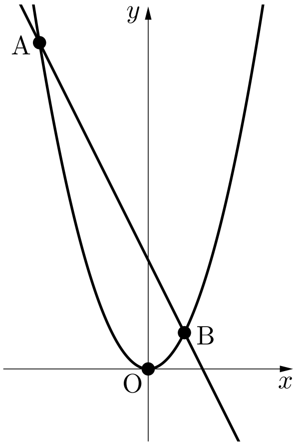
2. 下図のように，放物線 $y=\dfrac{3}{2}x^2$ と 直線 $y=-4x+8$ があり，これらの交点を図のように点 A, B とおく．また放物線上の点 A から原点 O の間に，$\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{OAB}$ を満たすような点 C をとる．

（ S 級 2 分 40 秒，A 級 3 分 40 秒，B 級 5 分，C 級 8 分 ）

(1) 点 A, B, C の座標をそれぞれ求めよ．

(2) 点 A から点 B まで放物線が変化するときの値域を求めよ．

(3) 四角形 OCAB の面積を求めよ．



反射テスト　2次関数　面積　まとめ　05　解答解説

1.　下図のように，放物線 $y=\dfrac{2}{3}x^2$ と 直線 $y=x+18$ があり，これらの交点を図のように点 A, B とおく．また放物線上の原点 O から点 B の間に，$\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{OAB}$ を満たすような点 C をとる．

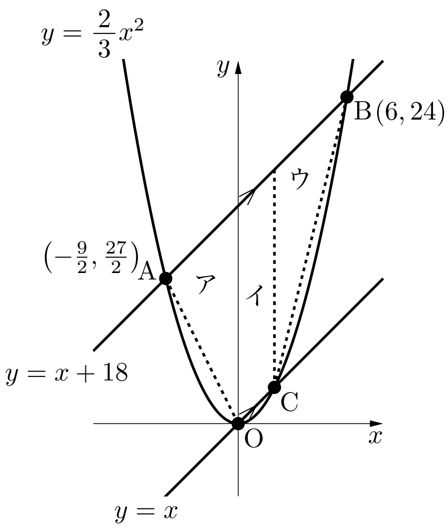
（S 級 2 分 40 秒，A 級 3 分 40 秒，B 級 5 分，C 級 8 分）

(1)　点 A, B, C の座標をそれぞれ求めよ．

(2)　点 A から点 B まで放物線が変化するときの値域を求めよ．

(3)　四角形 OABC の面積を求めよ．

★ わかること・わかったことは図に記入



(1)　**★ 交点は連立解**

点 A, B の座標は，放物線 $y=\dfrac{2}{3}x^2$ と直線 $y=x+18$ の連立解．

前者を後者に代入して，$\dfrac{2}{3}x^2=x+18$

$\Leftrightarrow\quad 2x^2-3x-54=0\quad\Leftrightarrow\quad(2x+9)(x-6)=0\quad\Leftrightarrow\quad x=-\dfrac{9}{2},\ 6$

図から x 座標が負であるのが点 A だから，

$$\begin{cases}\text{A の } y \text{ 座標は，}\ \frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{2}\right)^2=\dfrac{27}{2}\\ \text{B の } y \text{ 座標は，}\ \frac{2}{3}\times 6^2=24\end{cases}\qquad \therefore\ \mathbf{A}\left(\mathbf{-\frac{9}{2},\frac{27}{2}}\right),\ \mathbf{B\,(6,24)}$$

★ 平行線と等積変形 により

$\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{CAB}\quad\Leftrightarrow\quad\mathrm{CO}\,/\!/\,\mathrm{AB}$

よって，直線 CO の傾きは 1 であるから，　直線 CO は $y=x$

$y=\dfrac{2}{3}x^2$ と $y=x$ の交点を連立方程式から求めると $(0,0)$, $\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}\right)$

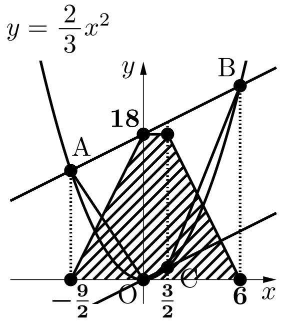
$\therefore\quad \mathbf{C}\left(\mathbf{\dfrac{3}{2},\dfrac{3}{2}}\right)$

(2)　**★ 変域はグラフ**　定義域は $-\dfrac{9}{2}\leqq x\leqq 6$ である．

$$\begin{cases}y\text{ の最小値は　原点 O のとき}\quad y=0\\ y\text{ の最大値は　点 B のとき}\quad y=24\end{cases}\qquad\therefore\quad \mathbf{0\leqq y\leqq 24}$$

(3)　**★ 平行線と等積変形** により，上図のア, イ, ウの部分の和は下図の斜線部の面積と等しい．

台形 $\mathrm{OABC}=\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{21}{2}\right)\times 18\times\dfrac{1}{2}=\mathbf{108}$



(3) 補足

★台形 $\triangle$OABC は等積変形で図の斜線部分と等しい．

上底の長さは　$\mathbf{\dfrac{3}{2}}-\mathbf{0}=\dfrac{3}{2}$

下底の長さは　$\mathbf{6}-\left(\mathbf{-\dfrac{9}{2}}\right)=\dfrac{21}{2}$

高さは直線 AB の切片から，**18**

2. 下図のように，放物線 $y=\dfrac{3}{2}x^2$ と 直線 $y=-4x+8$ があり，これらの交点を図のように点 A, B とおく．また放物線上の点 A から原点 O の間に，$\triangle\mathrm{ABC}=\triangle\mathrm{OAB}$ を満たすような点 C をとる．

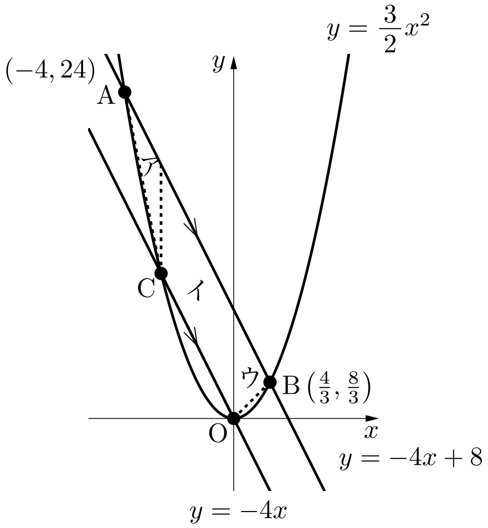
（ S 級 2 分 40 秒，A 級 3 分 40 秒，B 級 5 分，C 級 8 分 ）

(1) 点 A, B, C の座標をそれぞれ求めよ．

(2) 点 A から点 B まで放物線が変化するときの値域を求めよ．

(3) 四角形 OCAB の面積を求めよ．

★ わかること・わかったことは図に記入



(1) **★ 交点は連立解**

点 A, B の座標は，放物線 $y=\dfrac{3}{2}x^2$ と直線 $y=-4x+8$ の連立解．

前者を後者に代入して，$\dfrac{3}{2}x^2=-4x+8$

$\Leftrightarrow\quad 3x^2+8x-16=0 \quad\Leftrightarrow\quad (x+4)(3x-4)=0 \quad\Leftrightarrow\quad x=-4,\ \dfrac{4}{3}$

図から x 座標が負であるのが点 A だから，

$$\begin{cases} \text{A の } y \text{ 座標は，} & \frac{3}{2}\times(-4)^2=24 \\ \text{B の } y \text{ 座標は，} & \frac{3}{2}\times\left(\frac{4}{3}\right)^2=\dfrac{8}{3} \end{cases} \qquad \therefore\ \mathbf{A\,(-4,24)}\ ,\ \mathbf{B}\left(\boldsymbol{\frac{4}{3}},\boldsymbol{\frac{8}{3}}\right)$$

★ 平行線と等積変形 により

$\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{CAB} \quad\Leftrightarrow\quad \mathrm{CO}\,/\!/\,\mathrm{AB}$

よって，直線 CO の傾きは -4 であるから， 直線 CO は $y=-4x$

$y=\dfrac{3}{2}x^2$ と $y=-4x$ の交点を連立方程式から求めると $(0,0)$, $\left(-\dfrac{8}{3},\dfrac{32}{3}\right)$

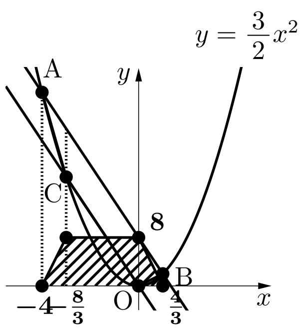
$\therefore\quad \mathbf{C}\left(\boldsymbol{-\frac{8}{3},\frac{32}{3}}\right)$

(2) **★ 変域はグラフ** 定義域は $-4\leqq x\leqq\dfrac{4}{3}$ である．

$$\begin{cases} y \text{ の最小値は　原点 O のとき} & y=0 \\ y \text{ の最大値は　点 A のとき} & y=24 \end{cases} \qquad \therefore\quad \boldsymbol{0\leqq y\leqq 24}$$

(3) **★ 平行線と等積変形** により，上図のア, イ, ウの部分の和は下図の斜線部の面積と等しい．

台形 $\mathrm{OCAB}=\left(\dfrac{8}{3}+\dfrac{16}{3}\right)\times 8\times\dfrac{1}{2}=\mathbf{32}$



(3) 補足

★台形 △OCAB は等積変形で図の斜線部分と等しい．

上底の長さは $\quad \mathbf{0}-\left(\boldsymbol{-\frac{8}{3}}\right)=\dfrac{8}{3}$

下底の長さは $\quad \boldsymbol{\frac{4}{3}}-(\boldsymbol{-4})=\dfrac{16}{3}$

高さは直線 AB の切片から，**8**