反射テスト　2次関数　面積　まとめ　03

1.　2次関数 $y = ax^2$ があり，下図のように点 A,B を通る．点 A の y 座標が 4 のとき，次の問に答えよ．

（ S 級 2 分，A 級 3 分，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

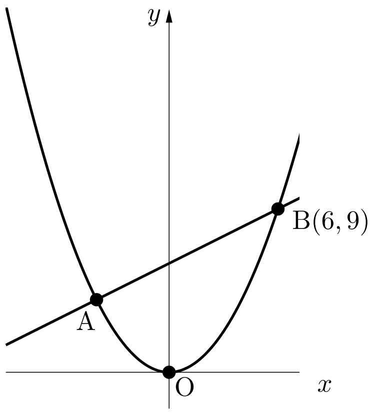
(1)　a の値を求めよ．

(2)　点 A の座標を求めよ．

(3)　直線 AB の方程式を求めよ．

(4)　△OAB の面積を求めよ．

(5)　放物線上に点 P をとったら，△OAB = △PAB となった．点 P の座標を求めよ．



2. 2 次関数 $y = ax^2$ があり，下図のように点 A, B を通る．点 A の y 座標が $\dfrac{27}{2}$ のとき，次の問に答えよ．

（ S 級 2 分，A 級 3 分，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

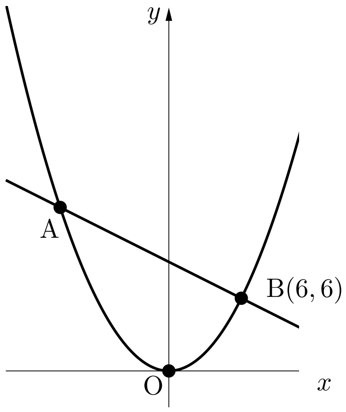
(1) a の値を求めよ．

(2) 点 A の座標を求めよ．

(3) 直線 AB の方程式を求めよ．

(4) △OAB の面積を求めよ．

(5) 放物線上に点 P をとったら，△OAB = △PAB となった．点 P の座標を求めよ．



反射テスト　２次関数　面積　まとめ　03　解答解説

1.　２次関数 $y = ax^2$ があり，下図のように点 A, B を通る．点 A の y 座標が 4 のとき，次の問に答えよ．

（ S 級 2 分，A 級 3 分，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

(1)　a の値を求めよ．

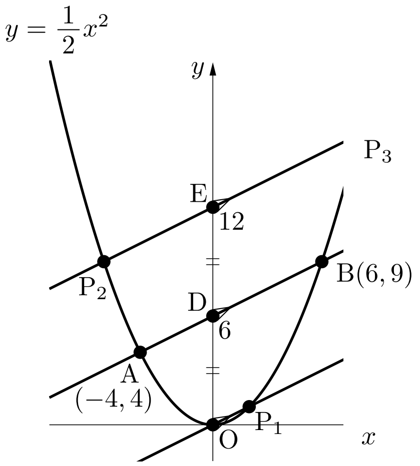
(2)　点 A の座標を求めよ．

(3)　直線 AB の方程式を求めよ．

(4)　$\triangle$OAB の面積を求めよ．

(5)　放物線上に点 P をとったら，$\triangle\mathrm{OAB} = \triangle\mathrm{PAB}$ となった．点 P の座標を求めよ．

★ わかること・わかったことは図に記入



(1)　$y = ax^2$ が，点 B(6, 9) を通るから，代入して，

$9 = a \times 6^2 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{a = \frac{1}{4}}$

(2)　点 A の y 座標は 4 であるから，$4 = \frac{1}{4}x^2$ より，$x = \pm 4$

点 A の x 座標は左図から負とわかるので，$x = -4$　　$\therefore$　$\mathrm{A}(\boldsymbol{-4, 4})$

(3)　直線 AB　★$\left\{\begin{array}{ll} \text{傾き} & \frac{1}{4}(-4+6) = \frac{1}{2} \\ \text{切片} & -\frac{1}{4} \times (-4) \times 6 = 6 \end{array}\right\}$　$\Rightarrow$　$\boldsymbol{y = \frac{1}{2}x + 6}$

(4)　$\triangle\mathrm{OAB} = \{6 - (-4)\} \times 6 \times \frac{1}{2} = \mathbf{30}$

(5)　**★ 平行線と等積変形** により，点 O から B までの放物線上の点 $\mathrm{P_1}$ に対して，

$\triangle\mathrm{OAB} = \triangle\mathrm{P_1AB} \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{P_1O} \,/\!/\, \mathrm{AB}$

直線 $\mathrm{P_1O}$ の傾きは $\frac{1}{2}$ であるから，直線 $\mathrm{P_1O}$ は $y = \frac{1}{2}x$

$y = \frac{1}{4}x^2$ と $y = \frac{1}{2}x$ の交点は，これらの連立解だから $(0, 0)$，$(2, 1)$　　$\therefore$　$\mathrm{P_1}\,(2, 1)$

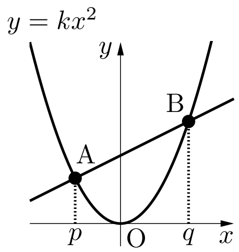
また，放物線の上部にも $\triangle$OAB と等しい $\triangle$PAB は考えられる．直線 AB の切片を D とすれば，

y 軸上に OD = DE となる点 E をとって，$\triangle\mathrm{OAB} = \triangle\mathrm{EAB}$ とできる．

E の y 座標は $6 \times 2 = 12$ であるから，直線 AB と傾きが等しい $y = \frac{1}{2}x + 12$ と放物線との交点 $\mathrm{P_2}, \mathrm{P_3}$ に対して，

$\triangle\mathrm{EAB} = \triangle\mathrm{P_2AB} = \triangle\mathrm{P_3AB}$

が成り立つ．よって，$y = \frac{1}{4}x^2$ と $y = \frac{1}{2}x + 12$ との連立解から，$\mathrm{P_2}\,(-6, 9)$，$\mathrm{P_3}\,(8, 16)$　　$\therefore$　$\mathbf{P\,(2, 1)\,,(-6, 9)\,,(8, 16)}$

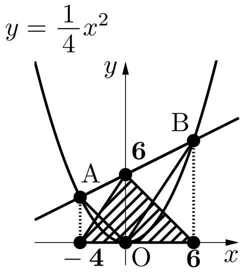


(3) 補題

★ 2 次関数と直線　左図の直線 AB について次のことが成り立つ．

$\left\{\begin{array}{ll} \textbf{傾き}\text{ は} & \boldsymbol{k(p+q)} \\ \textbf{切片}\text{ は} & \boldsymbol{-kpq} \end{array}\right.$

$\therefore$　直線 AB の式は　$y = \boldsymbol{k(p+q)}x + \boldsymbol{(-kpq)}$



(4) 補足　★ $\triangle$OAB は等積変形で図の斜線部分と等しい．

底辺の長さは　$\mathbf{6} - (\mathbf{-4}) = 10$

高さは直線 AB の切片から，$\mathbf{6}$

2.　2 次関数 $y = ax^2$ があり，下図のように点 A, B を通る．点 A の y 座標が $\dfrac{27}{2}$ のとき，次の問に答えよ．

（ S 級 2 分，A 級 3 分，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

(1)　a の値を求めよ．

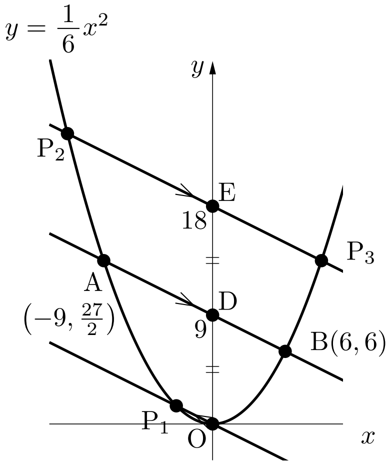
(2)　点 A の座標を求めよ．

(3)　直線 AB の方程式を求めよ．

(4)　△OAB の面積を求めよ．

(5)　放物線上に点 P をとったら，△OAB = △PAB となった．点 P の座標を求めよ．

★ わかること・わかったことは図に記入



(1)　$y = ax^2$ が，点 B(6, 6) を通るから，代入して，

$6 = a \times 6^2 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{a = \dfrac{1}{6}}$

(2)　点 A の y 座標は $\dfrac{27}{2}$ であるから，$\dfrac{27}{2} = \dfrac{1}{6}x^2$ より，$x = \pm 9$

点 A の x 座標は左図から負とわかるので，$x = -9$　　$\therefore$　A$\left(\boldsymbol{-9, \dfrac{27}{2}}\right)$

(3)　直線 AB　★$\left\{\begin{array}{ll} \text{傾き} & \dfrac{1}{6}(-9+6) = -\dfrac{1}{2} \\ \text{切片} & -\dfrac{1}{6} \times (-9) \times 6 = 9 \end{array}\right\}$　$\Rightarrow$　$\boldsymbol{y = -\dfrac{1}{2}x + 9}$

(4)　$\triangle\mathrm{OAB} = \{6 - (-9)\} \times 9 \times \dfrac{1}{2} = \boldsymbol{\dfrac{135}{2}}$

(5)　**★ 平行線と等積変形** により，点 A から O までの放物線上の点 P_1 に対して，

$\triangle\mathrm{OAB} = \triangle\mathrm{P_1AB} \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{P_1O} \parallel \mathrm{AB}$

直線 P_1O の傾きは $-\dfrac{1}{2}$ であるから，直線 P_1O は $y = -\dfrac{1}{2}x$

$y = \dfrac{1}{6}x^2$ と $y = -\dfrac{1}{2}x$ の交点は，これらの連立解だから $(0, 0)$，$\left(-3, \dfrac{3}{2}\right)$　　$\therefore$　$P_1\left(-3, \dfrac{3}{2}\right)$

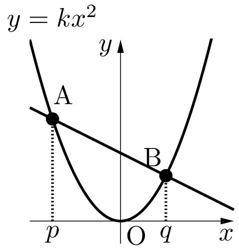
また，放物線の上部にも △OAB と等しい △PAB は考えられる．直線 AB の切片を D とすれば，

y 軸上に OD = DE となる点 E をとって，△OAB = △EAB とできる．

E の y 座標は $9 \times 2 = 18$ であるから，直線 AB と傾きが等しい $y = -\dfrac{1}{2}x + 18$ と放物線との交点 P_2, P_3 に対して，

$\triangle\mathrm{EAB} = \triangle\mathrm{P_2AB} = \triangle\mathrm{P_3AB}$　が成り立つ．

よって，$y = \dfrac{1}{6}x^2$ と $y = -\dfrac{1}{2}x + 18$ との連立解から，$P_2(-12, 24)$，$P_3\left(9, \dfrac{27}{2}\right)$　　$\therefore$　$\boldsymbol{\mathrm{P}\left(-3, \dfrac{3}{2}\right), (-12, 24), \left(9, \dfrac{27}{2}\right)}$

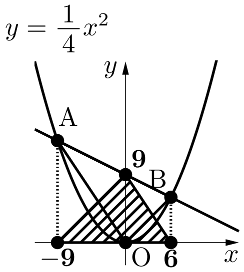


(3) 補題

★ 2 次関数と直線　左図の直線 AB について次のことが成り立つ．

$\left\{\begin{array}{ll} \textbf{傾き は} & \boldsymbol{k(p+q)} \\ \textbf{切片 は} & \boldsymbol{-kpq} \end{array}\right.$

$\therefore$　直線 AB の式は　$y = \boldsymbol{k(p+q)}x + \boldsymbol{(-kpq)}$



(4) 補足　★ △OAB は等積変形で図の斜線部分と等しい．

底辺の長さは　$\boldsymbol{6 - (-9)} = 15$

高さは直線 AB の切片から，$\boldsymbol{9}$