# 反射テスト　2次関数　面積　まとめ　02

**1.**　下図のように，放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ と 直線 $y=x+12$ がある．これらの交点を図のように点 A, B とおく．

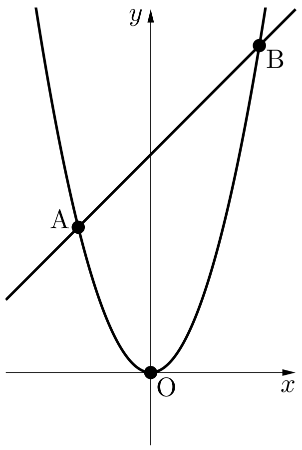
（ $S$ 級 1 分 40 秒，$A$ 級 3 分，$B$ 級 5 分，$C$ 級 7 分 ）

(1)　$-8 \leqq x \leqq 4$ のとき，この放物線の値域を求めよ．

(2)　点 A, B の座標をそれぞれ求めよ．

(3)　$\triangle$OAB の面積を求めよ．

(4)　放物線上に点 P をとったら，$\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{OBP}$ となった．点 P の座標を求めよ．



**2.**　下図のように，放物線 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ と 直線 $y=-x+6$ がある．これらの交点を図のように点 A, B とおく．

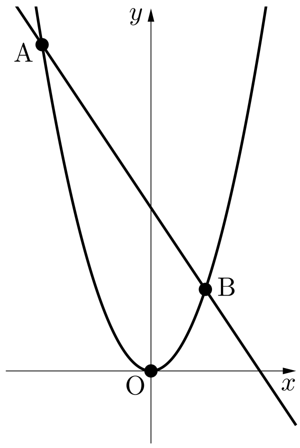
（ $S$ 級 1 分 40 秒，$A$ 級 3 分，$B$ 級 5 分，$C$ 級 7 分 ）

(1)　$-4 \leqq x \leqq 6$ のとき，この放物線の値域を求めよ．

(2)　点 A, B の座標をそれぞれ求めよ．

(3)　$\triangle$OAB の面積を求めよ．

(4)　放物線上に点 P をとったら，$\triangle$OAB $=$ $\triangle$OAP となった．点 P の座標を求めよ．



# 反射テスト　２次関数　面積　まとめ　02　解答解説

**1.**　下図のように，放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ と 直線 $y=x+12$ がある．これらの交点を図のように点 A, B とおく．

（$S$ 級 1 分 40 秒，$A$ 級 3 分，$B$ 級 5 分，$C$ 級 7 分）

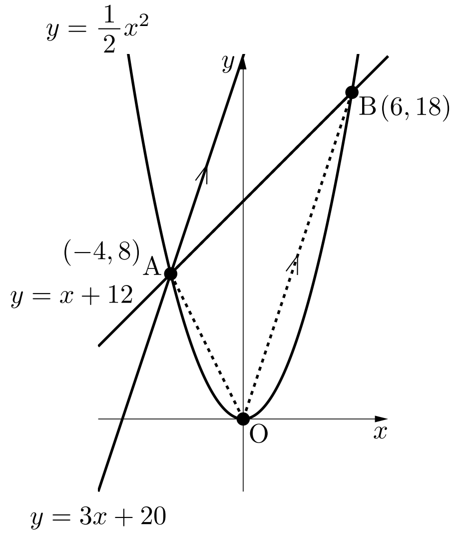
(1)　$-8 \leqq x \leqq 4$ のとき，この放物線の値域を求めよ．

(2)　点 A, B の座標をそれぞれ求めよ．

(3)　$\triangle$OAB の面積を求めよ．

(4)　放物線上に点 P をとったら，$\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{OBP}$ となった．点 P の座標を求めよ．

**★ わかること・わかったことは図に記入**




(1)　**★ 値域 ( $y$ の変域 ) ⇒ グラフを描け.**

下の (1) 補足から，　$\mathbf{0 \leqq y \leqq 32}$

(2)　**★ 交点は連立解**

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ を $y=x+12$ に代入して，$\dfrac{1}{2}x^2=x+12$

$\Leftrightarrow \quad x^2-2x-24=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=-4, 6$

図から $x$ 座標が負であるのが点 A だから，

$$\begin{cases} \text{A の } y \text{ 座標は，} & \frac{1}{2}\times(-4)^2=8 \\ \text{B の } y \text{ 座標は，} & \frac{1}{2}\times 6^2=18 \end{cases}$$

$\therefore$ **A (−4, 8)　, B (6, 18)**

(3)　$\triangle\mathrm{OAB}=\{6-(-4)\}\times 12\times\dfrac{1}{2}=\mathbf{60}$

(4)　**★ 平行線と等積変形** により　$\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{OBP} \quad\Leftrightarrow\quad \mathrm{OB} \mathbin{/\!/} \mathrm{AP}$

よって，直線 AP の傾きは OB と同じ．

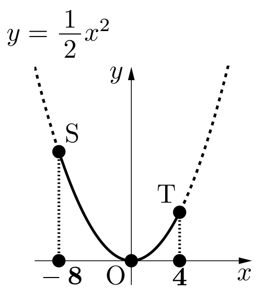
OB の傾きは，B(6, 18) より，$\dfrac{18-0}{6-0}=3$ であるから，AP の傾きも 3.

直線 AP は，傾き 3 で点 A(−4, 8) を通るので，　$y-8=3\{x-(-4)\} \quad\Leftrightarrow\quad y=3x+20$

点 P は放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ と直線 $y=3x+20$ との交点だから，

$\dfrac{1}{2}x^2=3x+20 \quad\Leftrightarrow\quad x^2-6x-40=0 \quad\Leftrightarrow\quad x=-4, 10$

点 A の $x$ 座標が $-4$ だから，点 P の $x$ 座標は 10. $y$ 座標は，$y=3\times10+20=50$　　$\therefore$　**P (10, 50)**

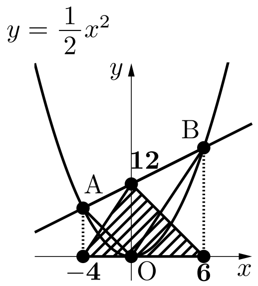



(1) 補足

★変域はグラフで調べる．

$y$ の最小値は原点 O　$y=0$

$y$ の最大値は左図の点 S　$y=\dfrac{1}{2}\times(-8)^2=32$




(2) 補足

★ $\triangle$OAB は等積変形で図の斜線部分と等しい．

底辺の長さは　$\mathbf{6}-(\mathbf{-4})=10$

高さは直線 AB の切片から，**12**

**2.** 下図のように，放物線 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ と 直線 $y=-x+6$ がある．これらの交点を図のように点 A, B とおく．

（ $S$ 級 1 分 40 秒，$A$ 級 3 分，$B$ 級 5 分，$C$ 級 7 分 ）

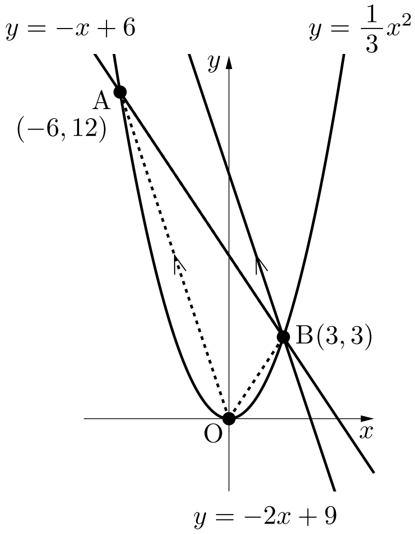
(1) $-4 \leqq x \leqq 6$ のとき，この放物線の値域を求めよ．

(2) 点 A, B の座標をそれぞれ求めよ．

(3) △OAB の面積を求めよ．

(4) 放物線上に点 P をとったら，△OAB = △OAP となった．点 P の座標を求めよ．

**★ わかること・わかったことは図に記入**




(1) **★ 値域 ( $y$ の変域 ) ⇒ グラフを描け．**
下の (1) 補足から， $\mathbf{0 \leqq y \leqq 12}$

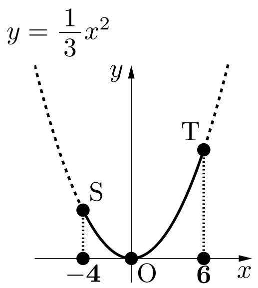
(2) **★ 交点は連立解**
$y=\dfrac{1}{3}x^2$ を $y=-x+6$ に代入して，$\dfrac{1}{3}x^2=-x+6$
⇔ $x^2+3x-18=0$ ⇔ $x=-6, 3$
図から $x$ 座標が負であるのが点 A だから，

$$\begin{cases} \text{A の } y \text{ 座標は，} \ \frac{1}{3}\times(-6)^2=12 \\ \text{B の } y \text{ 座標は，} \ \frac{1}{3}\times 3^2=3 \end{cases}$$

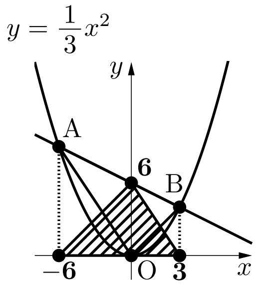
$\therefore$ **A $(-6, 12)$ ， B $(3, 3)$**

(3) $\triangle\mathrm{OAB}=\{3-(-6)\}\times 6\times\dfrac{1}{2}=\mathbf{27}$

(4) **★ 平行線と等積変形** により △OAB = △OAP ⇔ OA // BP
よって，直線 BP の傾きは OA と同じ．
OA の傾きは，A$(-6,12)$ より，$\dfrac{0-12}{0-(-6)}=-2$ であるから，BP の傾きも $-2$．
直線 BP は，傾き $-2$ で点 B$(3,3)$ を通るので， $y-3=-2(x-3)$ ⇔ $y=-2x+9$
点 P は放物線 $y=\dfrac{1}{3}x^2$ と直線 $y=-2x+9$ との交点だから，
$\dfrac{1}{3}x^2=-2x+9$ ⇔ $x^2-6x-27=0$ ⇔ $x=-9, 3$
点 B の $x$ 座標が 3 だから，点 P の $x$ 座標は $-9$．$y$ 座標は，$y=-2\times(-9)+9=27$ $\therefore$ **P $(-9, 27)$**




(1) 補足
★変域はグラフで調べる．
$y$ の最小値は原点 O $y=0$
$y$ の最大値は左図の点 T $y=\dfrac{1}{3}\times 6^2=12$




(3) 補足
★ △OAB は等積変形で図の斜線部分と等しい．
底辺の長さは $\mathbf{3}-(-\mathbf{6})=9$
高さは直線 AB の切片から，**6**