反射テスト　2次関数　格子点　01

1.　格子点とは x, y 座標ともに整数である点である. 放物線と直線の交点を A, B とし, 放物線と直線 AB で囲まれた部分にある格子点の数を求めよ. ただし直線・曲線上にあるものも含む.（ S 級 2 分 20 秒, A 級 3 分 40 秒, B 級 5 分 30 秒, C 級 8 分 ）

(1) $\begin{cases} \text{放物線} & y = x^2 \\ \text{直線 AB} & y = 4 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \text{放物線} & y = \dfrac{1}{2}x^2 \\ \text{直線 AB} & y = x + 4 \end{cases}$

2. 格子点とは x, y 座標ともに整数である点である. 放物線と直線の交点を A, B とし, 放物線と直線 AB で囲まれた部分にある格子点の数を求めよ. ただし直線・曲線上にあるものも含む. （S 級 3 分 40 秒, A 級 5 分 30 秒, B 級 8 分, C 級 12 分）

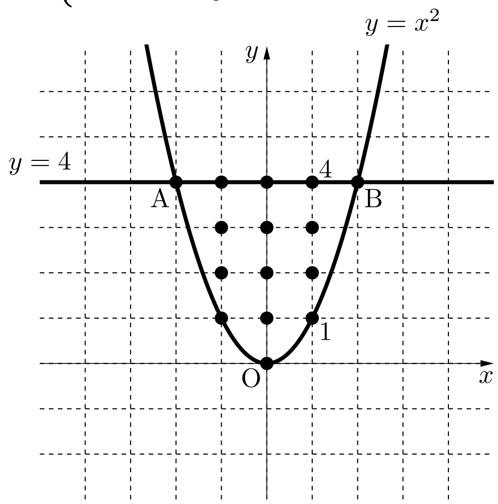
(1) $\begin{cases} \text{放物線} & y = \dfrac{1}{2}x^2 \\ \text{直線 AB} & y = 4 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \text{放物線} & y = \dfrac{1}{4}x^2 \\ \text{直線 AB} & y = -\dfrac{1}{2}x + 6 \end{cases}$

反射テスト　２次関数　格子点　01　解答解説

1.　格子点とは x, y 座標ともに整数である点である．放物線と直線の交点を A, B とし，放物線と直線 AB で囲まれた部分にある格子点の数を求めよ．ただし直線・曲線上にあるものも含む．(S 級 2 分 20 秒，A 級 3 分 40 秒，B 級 5 分 30 秒，C 級 8 分)

(1) $\begin{cases} \text{放物線} & y = x^2 \\ \text{直線 AB} & y = 4 \end{cases}$



点 A, B の座標は，$y = x^2$ と $y = 4$ の連立解

A$(-2, 4)$, B$(2, 4)$

(問題文からどちらかわからないから逆になっていてもよい)

★ 格子点の個数　基本的に「たて」に数える．
その方が関数の計算と相性がよく，作業が速い．

★ 対称性　左右対称に注目．

x 座標	0	±1	±2
格子点の個数	5 個	4 個	1 個

作業例

$x = 1$ のとき，

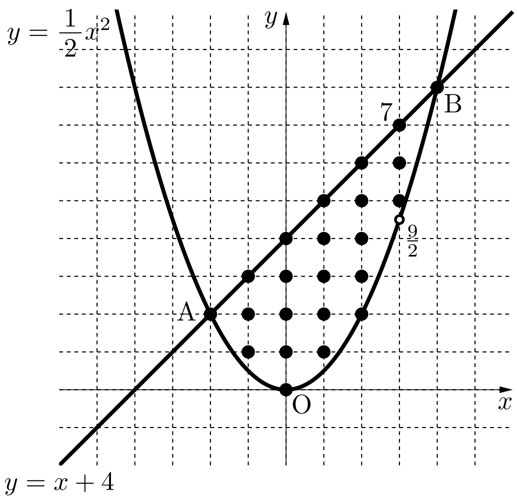
直線上の点 $y = 4$ に 4 と書く．

放物線上の点 $y = 1^2 = 1$ に 1 と書く．

$\Rightarrow$　$y = 1〜4$ だから，$4 - 1 + 1 = 4$ 個

$5 + (4 + 1) \times 2 =$ **15 個**

(2) $\begin{cases} \text{放物線} & y = \dfrac{1}{2}x^2 \\ \text{直線 AB} & y = x + 4 \end{cases}$



点 A, B の座標は，$y = \dfrac{1}{2}x^2$ と $y = x + 4$ の連立解

A$(-2, 2)$, B$(4, 8)$

x 座標	-2	-1	0	1	2	3	4
格子点の個数	1 個	3 個	5 個	5 個	5 個	3 個	1 個

作業例

$x = 3$ のとき，

直線上の点 $y = 3 + 4 = 7$ に 7 と書く．

放物線上の点 $y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$ に $\frac{9}{2}$ と書く．(左図の○)

$\Rightarrow$　$y = 5〜7$ だから，$7 - 5 + 1 = 3$ 個

$5 + (1 + 3 + 5) \times 2 =$ **23 個**

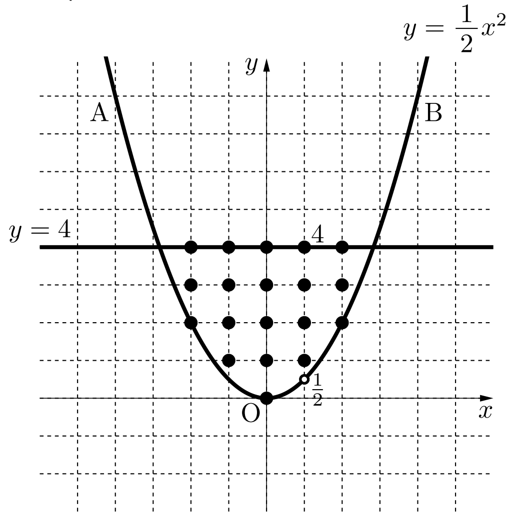
★ 対称性　面白いことに斜めの直線でも対称性がある．(上表注目)

交点の真ん中が $x = \dfrac{-2 + 4}{2} = 1$ なので，

この真ん中と左右どちらか半分を調べるだけでよい．

2. 格子点とは x,y 座標ともに整数である点である．放物線と直線の交点を A, B とし，放物線と直線 AB で囲まれた部分にある格子点の数を求めよ．ただし直線・曲線上にあるものも含む．（ S 級 3 分 40 秒，A 級 5 分 30 秒，B 級 8 分，C 級 12 分 ）

(1) $\begin{cases} \text{放物線} & y=\dfrac{1}{2}x^2 \\ \text{直線 AB} & y=4 \end{cases}$



点 A, B の座標は，$y=\dfrac{1}{2}x^2$ と $y=8$ の連立解

$\mathrm{A}(-2\sqrt{2},4)$, $\mathrm{B}(2\sqrt{2},4)$

$2\sqrt{2}$ はおよそ $1.41\times 2=2.82$

★ 対称性　左右対称に注目．

x 座標	0	±1	±2
格子点の個数	5 個	4 個	3 個

作業例

$x=1$ のとき，

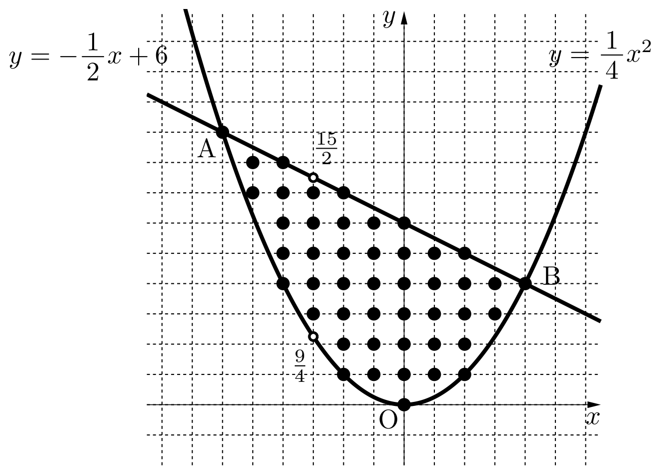
直線上の点 $y=4$ に 4 と書く．

放物線上の点 $y=\frac{1}{2}\times 1^2=\frac{1}{2}$ に $\frac{1}{2}$ と書く．(左図の○)

$\Rightarrow$　$y=1\sim4$ だから，$4-1+1=4$ 個

$5+(4+3)\times 2=$ **19 個**

(2) $\begin{cases} \text{放物線} & y=\dfrac{1}{4}x^2 \\ \text{直線 AB} & y=-\dfrac{1}{2}x+6 \end{cases}$



点 A, B の座標は，$y=\dfrac{1}{4}x^2$ と $y=-\dfrac{1}{2}x+6$ の連立解

$\mathrm{A}(-2,2)$, $\mathrm{B}(4,8)$

x 座標	-6	-5	-4	-3	-2	-1
格子点の個数	1 個	2 個	5 個	5 個	7 個	6 個

作業例

$x=-3$ のとき，

直線上の点 $y=-\frac{1}{2}\times(-3)+6=\frac{15}{2}$ に $\frac{15}{2}$ と書く．(左図の○)

放物線上の点 $y=\frac{1}{4}\times(-3)^2=\frac{9}{4}$ に $\frac{9}{4}$ と書く．(左図の○)

$\Rightarrow$　$y=3\sim7$ だから，$7-3+1=5$ 個

x 座標	0	1	2	3	4
格子点の個数	7 個	5 個	5 個	2 個	1 個

$1+2+5+5+7+6+7+5+5+2+1$

$=6+(1+2+5+5+7)\times 2=$ **46 個**

★ 対称性　これを利用して作業時間を減らそう．

交点の真ん中は $x=\dfrac{-6+4}{2}=-1$ なので，

このラインと左右どちらかだけ調べればよい．