反射テスト　2次関数　変域　応用　01

1.　次の問に答えよ.（ S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）

(1)　放物線 $y = ax^2$ がある. x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき, y の変域が $0 \leqq y \leqq 6$ となった. a の値を求めよ.

(2)　放物線 $y = ax^2$ がある. x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき, y の変域が $-12 \leqq y \leqq 0$ となった. a の値を求めよ.

(3)　放物線 $y = \dfrac{1}{2}x^2$ がある. x の変域が $-6 \leqq x \leqq a$ のとき, y の変域が $b \leqq y \leqq 24$ となった. a, b の値を求めよ.

2. 次の問に答えよ.（ S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）

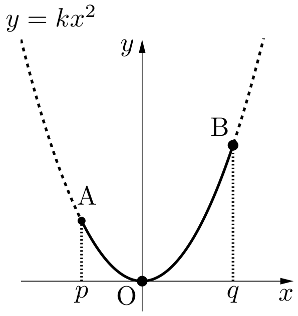
(1) 放物線 $y = ax^2$ がある. x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき, y の変域が $0 \leqq y \leqq 6$ となった. a の値を求めよ.

(2) 放物線 $y = ax^2$ がある. x の変域が $-6 \leqq x \leqq 4$ のとき, y の変域が $-24 \leqq y \leqq 0$ となった. a の値を求めよ.

(3) 放物線 $y = \dfrac{3}{4}x^2$ がある. x の変域が $a \leqq x \leqq 8$ のとき, y の変域が $b \leqq y \leqq 54$ となった. a, b の値を求めよ.

反射テスト　2次関数　変域　応用　01　解答解説

1.　次の問に答えよ.（ S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）



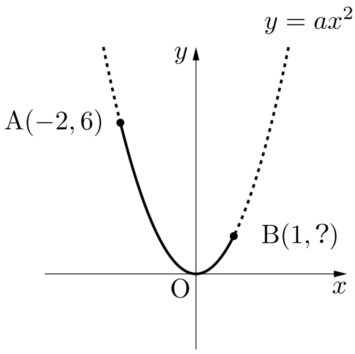
★ 2 次関数と変域（ x の変域を定義域, y の変域を値域ともいう. ）

①　**グラフを描く**.　←最重要

②　頂点と定義域に注意して, 最大最小を求める.

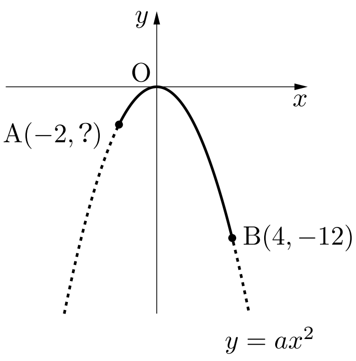
例　左図では, y の $\begin{cases} \text{最大値は　点 B} \\ \text{最小値は　点 O} \end{cases}$

(1)　放物線 $y = ax^2$ がある. x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき, y の変域が $0 \leqq y \leqq 6$ となった. a の値を求めよ.



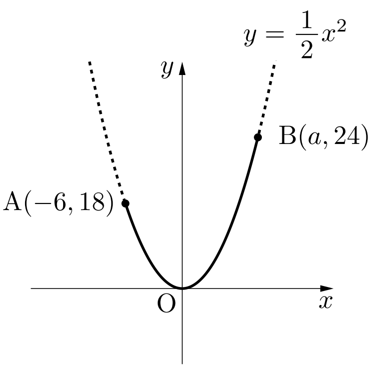
値域が $0 \leqq y \leqq 6$ であるから, 左図のように **下に凸** のグラフになる.
（ 定義域の端点を A, B として, 定義域外を点線で表した. ）
　よって, y の最小値 0 は, 原点のときとわかる.
また, y の最大値 6 は, A の y 座標と B の y 座標を比べれば, 上にある A のとき.
　ゆえに, A は $(-2, 6)$ であり, それは $y = ax^2$ 上にある. これを代入して,
　$6 = a \times 2^2 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{a = \dfrac{3}{2}}$

(2)　放物線 $y = ax^2$ がある. x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき, y の変域が $-12 \leqq y \leqq 0$ となった. a の値を求めよ.



値域が $-12 \leqq y \leqq 0$ であるから, 左図のように **上に凸** のグラフになる.
（ 定義域の端点を A, B として, 定義域外を点線で表した. ）
　よって, y の最大値 0 は, 原点のときとわかる.
また, y の最小値 -12 は, A の y 座標と B の y 座標を比べれば, 下にある B のとき.
　ゆえに, B は $(4, -12)$ であり, それは $y = ax^2$ 上にある. これを代入して,
　$-12 = a \times 4^2 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{a = -\dfrac{3}{4}}$

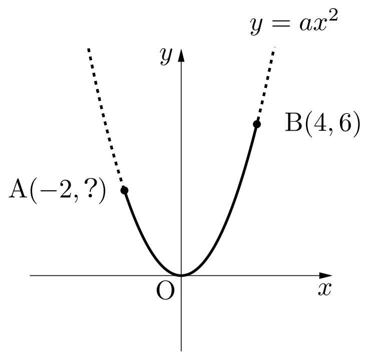
(3)　放物線 $y = \dfrac{1}{2}x^2$ がある. x の変域が $-6 \leqq x \leqq a$ のとき, y の変域が $b \leqq y \leqq 24$ となった. a, b の値を求めよ.



値域が $b \leqq y \leqq 24$ であるから, 左図のように **下に凸** のグラフになる.
（ 定義域の端点を A, B として, 定義域外を点線で表した. ）
　よって, y の最小値 0 は, 原点のときとわかる.　$\boldsymbol{\therefore b = 0}$
また, A の y 座標は　$y = \dfrac{1}{2} \times (-6)^2 = 18$ であるから, 最大値 24 にとどかない.
　ゆえに, B は $(a, 24)$ であり, それは $y = \dfrac{1}{2}x^2$ 上にある. 代入して,
　$24 = \dfrac{1}{2} \times a^2 \quad \Leftrightarrow \quad a = \pm 4\sqrt{3}$
a が負だと原点を通らないから, $a > 0$ である.　$\boldsymbol{\therefore a = 4\sqrt{3}}$

2. 次の問に答えよ.(S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

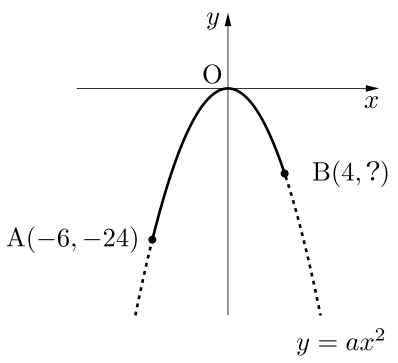
(1) 放物線 $y = ax^2$ がある. x の変域が $-2 \leqq x \leqq 4$ のとき, y の変域が $0 \leqq y \leqq 6$ となった. a の値を求めよ.



値域が $0 \leqq y \leqq 6$ であるから, 左図のように **下に凸** のグラフになる.
(定義域の端点を A, B として, 定義域外を点線で表した.)
よって, y の最小値 0 は, 原点のときとわかる.
また, y の最大値 6 は, A の y 座標と B の y 座標を比べれば, 上にある B のとき.
ゆえに, B は $(4, 6)$ であり, それは $y = ax^2$ 上にある. これを代入して,

$6 = a \times 4^2 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{a = \frac{3}{8}}$

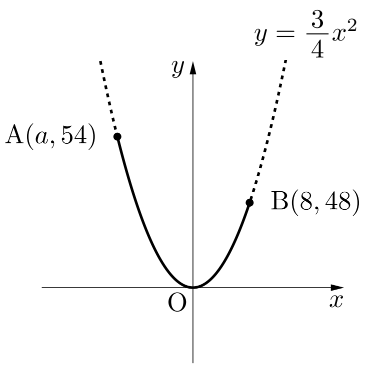
(2) 放物線 $y = ax^2$ がある. x の変域が $-6 \leqq x \leqq 4$ のとき, y の変域が $-24 \leqq y \leqq 0$ となった. a の値を求めよ.



値域が $-24 \leqq y \leqq 0$ であるから, 左図のように **上に凸** のグラフになる.
(定義域の端点を A, B として, 定義域外を点線で表した.)
よって, y の最大値 0 は, 原点のときとわかる.
また, y の最小値 -24 は, A の y 座標と B の y 座標を比べれば, 下にある A のとき.
ゆえに, A は $(-6, -24)$ であり, それは $y = ax^2$ 上にある. これを代入して,

$-24 = a \times (-6)^2 \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{a = -\frac{2}{3}}$

(3) 放物線 $y = \frac{3}{4}x^2$ がある. x の変域が $a \leqq x \leqq 8$ のとき, y の変域が $b \leqq y \leqq 54$ となった. a, b の値を求めよ.



値域が $b \leqq y \leqq 54$ であるから, 左図のように **下に凸** のグラフになる.
(定義域の端点を A, B として, 定義域外を点線で表した.)
よって, y の最小値 0 は, 原点のときとわかる. $\quad \therefore \boldsymbol{b = 0}$
また, A の y 座標は $\quad y = \frac{3}{4} \times 8^2 = 48$ であるから, 最大値 54 にとどかない.
ゆえに, A は $(a, 54)$ であり, それは $y = \frac{3}{4}x^2$ 上にある. 代入して,

$54 = \frac{3}{4} \times a^2 \quad \Leftrightarrow \quad a = \pm 6\sqrt{2}$

a が正だと原点を通らないから, $a < 0$ である. $\quad \therefore \boldsymbol{a = -6\sqrt{2}}$