

## 反射テスト 2次方程式 入試問題 応用 難 02

1. 2次方程式  $x^2 - 8x + \frac{a}{3} = 0$  の2つの解がともに奇数となる時、自然数  $a$  の値をすべて求めよ.

(S級1分20秒, A級3分30秒, B級5分30秒, C級8分)

2.  $x$  の 2 次方程式  $2x^2 + 24x + a = 0$  の解が偶数となるような正の整数  $a$  を全て求めよ.

( S 級 1 分 40 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 9 分 )

## 反射テスト 2次方程式 入試問題 応用 難 02 解答解説

1. 2次方程式  $x^2 - 8x + \frac{a}{3} = 0$  の2つの解がともに奇数となる時、自然数  $a$  の値をすべて求めよ。

(S級1分30秒, A級3分30秒, B級5分30秒, C級8分)

★偶数公式より,

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 1 \times \frac{a}{3}}}{1}$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \pm \sqrt{16 - \frac{a}{3}}$$

$x$  が奇数ということは、 $x$  は少なくとも整数なので、 $\sqrt{\quad}$ 内は整数の平方数になる。順次調べていく。

$16 - \frac{a}{3}$	0	1	4	9	16
$a$	48	45	36	21	0

$a$  は自然数だから、 $a = 0$  は不適當。解が奇数になるか調べていくと、

$a$	48	45	36	21
$16 - \frac{a}{3}$	0	1	4	9
$x = 4 \pm \sqrt{16 - \frac{a}{3}}$	4	3, 5	0, 8	-5, 13

$\Rightarrow a = 21, 45$

☆別解 (早い方法)

$x = 4 \pm \sqrt{16 - \frac{a}{3}}$  が奇数であるから、 $\sqrt{16 - \frac{a}{3}}$  も奇数である。  
よって、 $16 - \frac{a}{3}$  は奇数の平方数である。また、 $\frac{a}{3}$  は正であるから、 $16 - \frac{a}{3}$  は奇数の平方数で、16以下でなければならない。

$$\therefore 16 - \frac{a}{3} = 1^2 \text{ 又は } 3^2$$

解いて、適當なものを選べば、 $a = 21, 45$

2.  $x$  の 2 次方程式  $2x^2 + 24x + a = 0$  の解が偶数となるような正の整数  $a$  を全て求めよ.

(S 級 1 分 20 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 9 分)

$$2x^2 + 24x + a = 0 \Leftrightarrow x^2 + 12x + \frac{a}{2} = 0$$

★偶数公式より,

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 1 \times \frac{a}{2}}}{1}$$

$$\Leftrightarrow x = -6 \pm \sqrt{36 - \frac{a}{2}}$$

$x$  が偶数ということは,  $x$  は少なくとも整数なので  $\sqrt{\quad}$  内は整数の平方数になる. 順次調べていく.

$36 - \frac{a}{2}$	0	1	4	9	16	25	36
$a$	72	70	64	54	40	22	0

$a$  は正の整数だから,  $a = 0$  は不適當. 解が偶数になるか調べていくと,

$a$	72	70	64	54	40	20
$36 - \frac{a}{2}$	0	1	4	9	16	25
$x = -6 \pm \sqrt{36 - \frac{a}{2}}$	-6	-7, -5	-8, -4	奇数	偶数	奇数

$\Rightarrow a = 40, 64, 72$

☆別解 (早い方法)

$x = -6 \pm \sqrt{36 - \frac{a}{2}}$  が偶数であるから,  $\sqrt{36 - \frac{a}{2}}$  も偶数である.  
よって,  $36 - \frac{a}{2}$  は偶数の平方数である. また,  $\frac{a}{2}$  は正であるから,  
 $36 - \frac{a}{2}$  は偶数の平方数で, 36 以下でなければならない.

$$\therefore 36 - \frac{a}{2} = 0^2 \text{ 又は } 2^2 \text{ 又は } 4^2 \text{ 又は } 6^2$$

解いて, 適當なものを選べば,  $a = 40, 64, 72$